УДК 510.22:510.3:51-74
DOI https://doi.org/10.32782/2521-6643-2024-1-67.2

Кімстач О. Ю., кандидат технічних наук, доцент,
доцент кафедри суднових електроенергетичних систем
Національного університету кораблебудування
імені адмірала Макарова
ORCID: 0000-0002-1447-8852

ОБМЕЖЕНА НЕСКІНЧЕННІСТЬ

У статті розглядається питання ідентифікації поняття обмеженої нескінченності. Актуальність роботи полягає у постійній необхідності розширення спектру математичних інструментів, які потрібні для вирішення складних прикладних завдань проєктування у техніці. Цей термін розширює можливості використання класичної нескінченності в прикладних задачах математики.

Основною метою статті є формування поняття обмеженої нескінченності та проведення її різноаспектних досліджень.

В роботі сформульовано фундаментальні властивості обмеженої нескінченності, які встановлюють її основні характеристики та особливості застосування. Проведено аналіз основних математичних операцій, які можна виконувати з обмеженою нескінченністю, що надало можливість зробити висновок, що вона при визначених умовах має поводження подібне до скінченного числа. Проведено порівняльний аналіз властивостей нескінченності, обмеженої нескінченності та множини, що надало можливість більш читко визначити поняття обмеженої нескінченності. Для виконання математичної операції порівняння величин, які відображаються за допомогою обмеженої нескінченності, запропоновано порівняльні оцінки: абсолютну інтегральну оцінку, відносну середню інтегральну оцінку та кількість вузлів сітки припустимих похибок.

Також наведено приклади, які ілюструють використання обмеженої нескінченності в прикладних задачах, таких як застосування методів квазіконстант та функціональної збіжності. Запропонована концепція обмеженої нескінченності значно спрощує застосування різних форм нескінченності в прикладних задачах, зокрема при розв'язуванні систем рівнянь з невизначеними рішеннями.

Ключові слова: *обмежена нескінченність, математична операція, порівняльна оцінка, метод квазіконстант, метод функціональної збіжності.*

Kimstach O. Yu. Limited infinity

The paper discusses the identification of the concept of limited infinity, highlighting its relevance in expanding the range of mathematical tools necessary for solving complex applied design tasks in technics. Limited infinity extends the applicability of classical infinity in mathematical problems.

The primary objective of the paper is to develop the concept of limited infinity and conduct comprehensive research on it.

The paper outlines the fundamental properties of limited infinity, elucidating its key characteristics and practical applications. An analysis of basic mathematical operations involving limited infinity demonstrates that, under certain conditions, it behaves similarly to a finite number. Furthermore, a comparative analysis of infinity, limited infinity, and sets clarifies the concept of limited infinity. To facilitate comparisons involving values represented with limited infinity, the paper proposes several comparative estimates: the absolute integral estimate, the relative average integral estimate, and the number of grid nodes of permissible errors.

Additionally, the paper provides examples illustrating the application of limited infinity in practical problems such as using the quasi-constant and functional convergence methods. The introduction of the concept of limited infinity notably streamlines the utilization of various forms of infinity in applied tasks, especially when solving systems of equations with undetermined solutions.

Key words: *limited infinity, mathematical operation, comparative estimate, quasi-constant method, functional convergence method.*

Постановка проблеми. Поняття нескінченності є одним із найпоширеніших у математиці. Його досить важко зрозуміти через його чисельну невизначеність. Крім того, лінгвістичний збіг із поняттям нескінченності буття і простору у філософії робить цей математичний термін частково філософським [1].

Математичне поняття нескінченності настільки складне, що його вивчення потребує застосування спеціальних педагогічних методів [2]. Проте слід зазначити, що такому складному терміну в сучасному світі все ще приділяється недостатня увага [3]. Тому, незважаючи на тисячолітню історію цього поняття, його різноманітне вивчення залишається актуальним напрямком математики.

Аналіз останніх досліджень та публікацій. У математиці поняття нескінченності має різноманітні значення [4] і застосування, що утворює різні його підвиди та аспекти його використання.

У [5] розглядається різниця між потенційною нескінченністю і фактичною нескінченністю. Цей підхід широко використовується в прикладній математиці для спрощення перетворень математичних об’єктів. Проте деякі автори втрачають об’єктивність у математичних операціях, як це видно з [6], де автор допускає грубі помилки при виконанні математичних операцій з нескінченністю та нулем (нескінченно малою величиною).

Нескінченність також широко використовується в різних математичних методах, таких як:

– розв’язування інтерполяційних задач [7];

– застосування чисельних алгоритмів для розв’язання інженерних задач, у тому числі визначення меж області обмежень [8];

– визначення поняття півпростору [9];

– визначення параметрів функцій [10] та їх меж [11];

– визначення розмірності та вибірки матриць [12, 13].

Нескінченність також використовується в аналізі нескінченних рядів [14]. У цій же роботі розглядаються парадокси нескінченності, в тому числі парадокс Торрічеллі, який тісно пов’язаний з поняттям обмеженої нескінченності.

При визначенні поняття нескінченності необхідно звернути увагу на кілька важливих аспектів, які були встановлені раніше і можуть допомогти у подальшому дослідженні:

– множина – це нескінченна сукупність підмножин [15];

– необхідно розрізняти і чітко ідентифікувати два дуже різних, хоча і жорстко взаємопов’язаних поняття: нескінченно велике і нескінченно мале [4];

– існують потенційні та реальні нескінченності [16];

– у задачах пошуку рішень в межах обмеженої області рішень можна говорити про нескінченність рішень [17].

Останній аспект часто спостерігається в наукових та інженерних задачах. Існують задачі, для яких характерним є пошук рішень за наявності невизначеної системи рівнянь [18] або коли необхідні чисельні методи розв’язання [19]. У вирішенні таких задач можуть допомогти різні математичні методи та алгоритми, наприклад метод квазіконстант [18] і метод функціональної збіжності [19]. У цьому випадку доводиться оперувати обмеженою нескінченністю, але це поняття не є чітко сформульованим і дослідженим.

Мета статті: ідентифікація та різноаспектне дослідження обмеженої нескінченності.

Виклад основного матеріалу. Обмежена нескінченність є невід’ємною частиною нескінченності; це відношення понять аналогічно двом поняттям множини і підмножини [15]. Для позначення обмеженої нескінченності пропонується використовувати символ «$\boxed{\infty}$», тоді можна записати:

$$\boxed{\infty} \in \infty . \tag{1}$$

Враховуючи, що обмежена нескінченність є областю можливих рішень для деякої математичної задачі, яка представляє реальний фізичний об’єкт, можна стверджувати, що межі обмеженої нескінченності завжди чітко визначені та характеризуються кінцевими значеннями. Наприклад, якщо розглянути проблему визначення оптимальних геометричних розмірів об’єкта проєктування [18], тоді очевидно, що ці розміри обмежені технологічними умовами або максимальними значеннями, котрі визначаються системою більш високого рівня, в яку вбудовується об’єкт проєктування. Отже, можна сформулювати першу відмінну рису обмеженої нескінченності: вона має межі, які представлені кінцевими значеннями.

У цьому випадку межі можна представити у вигляді функцій обмежень, які зазвичай мають місце в прикладних задачах. Однак зазначені функціональні обмеження також характеризуються кінцевими значеннями. Це графічно показано на рис. 1.

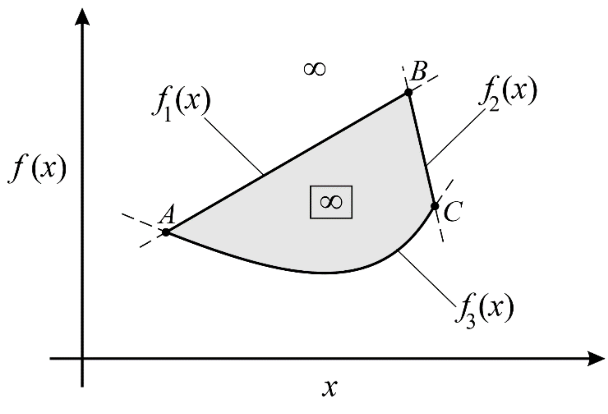


Рис. 1. Приклад зображення меж обмеженої нескінченності

Джерело: розроблено автором

Кількість незалежних змінних або розмірність простору обмеженої нескінченності можна загалом представити у вигляді *n*-вимірного вектору, а обмеження – *m*-вимірним вектором функцій. На рис. 1 для однієї незалежної змінної показано три функціональні обмеження: $f_1(x)$ – від точки *A* до точки *B*, $f_2(x)$ – від точки *B* до точки *C* і $f_3(x)$ – від точки *A* до точки *C*. Функціональні обмеження можуть бути лінійними та нелінійними, дискретними і неперервними, але вони завжди мають кінцеві значення.

У цьому представленні обмежену нескінченність можна сплутати з областю обмежень, але це помилково. Обмежена нескінченність фактично представляє кількість можливих рішень у межах області обмежень. Якщо зробити переміщення, наприклад, з точки А в точку С (рис. 1) з кроком розміром $h(\Delta x)$, тоді можливим буде зробити *n* кроків. Кожна з нових точок на шляху руху буде відповідати рішенню задачі пошуку. Кількість точок буде залежати від розміру кроку $h(\Delta x)$, і якщо його прийняти нескінченно малим $h(\Delta x) \to 0$, тоді кількість рішень прагне до нескінченності ∞. У цьому полягає суть запропонованої концепції обмеженої нескінченності. Обмежена нескінченність обмежена в просторі, але має потенційно нескінченну кількість значень.

Дуже важливою властивістю обмеженої нескінченності є її позитивність. Вона являє собою кількість рішень, яке завжди вимірюється позитивним дійсним числом (варіант відсутності рішення, яке відповідає комплексним числам, у цьому випадку не розглядається, оскільки він не зустрічається в реальних прикладних задачах при правильній постановці). Тому обмежена нескінченність завжди позитивна:

$$\overline{\underline{|\infty|}} > 0 \,. \tag{2}$$

Обмежена нескінченність, як і будь-який інший математичний об’єкт, характеризується набором певних властивостей. Одна з цих властивостей була відзначена вище: кінцеві межі. Виходячи з цього та враховуючи (1), можна стверджувати, що обмежена нескінченність є частиною нескінченності і, отже, менша за нескінченність:

$$\overline{\underline{|\infty|}} < \infty \,. \tag{3}$$

Нерівність (3) ставить питання про співвідношення між обмеженою нескінченністю та глобальною нескінченністю. Очевидно, що глобальна нескінченність містить у собі нескінченну кількість разів обмежену нескінченність. Це можна вважати розміщенням прямокутника зі скінченними значеннями сторін на нескінченній площині, тоді:

$$\infty / \overline{\underline{|\infty|}} = \infty \,. \tag{4}$$

Рівняння (4) вказує на те, що обмежена нескінченність насправді є «кінцевим числом», що є парадоксальним фактом. Однак цей парадокс легко усунути, якщо взяти крок за модулем $h(\Delta\bar{x})$, більший за нескінченно малу величину. Тоді загальна кількість рішень у обмеженій нескінченності відповідатиме *N* – кількості вузлів просторової сітки зі сторонами елементарного простору, які дорівнюють за модулем $h(\Delta\bar{x})$. У цьому випадку (4) набуває вигляду:

$$\infty / N = \infty \,, \tag{5}$$

що цілком узгоджується з класичним уявленням про математичні операції з нескінченністю.

Виходячи з вищезазначеного, можна виділити ще одну характерну властивість обмеженої нескінченності: вона має кінцеве значення.

Це абсолютно вірно для прикладних задач, коли точність рішення задачі визначається допустимою похибкою ε. У таких випадках виконується умова $\left|h(\Delta\bar{x})\right| \le \varepsilon$. Тоді, на основі (4) і (5), можна нарешті записати:

$$\overline{\underline{|\infty|}} = \lim_{\left|h(\Delta\bar{x})\right| \to \varepsilon} \overline{\underline{|\infty|}} = N. \tag{6}$$

Враховуючи (6), можна зазначити, що необхідна точність визначення рішення буде досягнута за умови, якщо $\overline{\underline{|\infty|}} \ge N$.

У такому прикладному застосуванні обмежена нескінченність вироджується в кінцеву множину, а її концепція та застосування втрачають необхідний рівень обґрунтування. Однак це тільки на перший погляд. Зі зменшенням значення помилки ε множина перетворюється в обмежену нескінченність з рядом властивостей, близьких до глобальної нескінченності, а використання обмеженої нескінченності значно спрощує її математичне оперування, оскільки завжди простіше використовувати кінцеве значення у математичних перетвореннях та обчисленнях.

Взагалі для більш акцентованого розуміння різниці між звичайною нескінченністю, обмеженою нескінченністю та множиною необхідно порівняти їх властивості (табл. 1).

Таблиця 1

Порівняльна таблиця властивостей

Властивість	**Нескінченність**	**Обмежена нескінченність**	**Множина**
наявність алгоритму визначення значень	не має	не має	існує
наявність обмежень	не має	існують	існують
кількість значень	нескінченна кількість	нескінченна кількість	нескінченна кількість
кількість значень при застосуванні додаткових обмежень	нескінченна кількість	нескінченна кількість	нескінченна кількість або кінцеве значення
кількість значень при застосуванні припустимої похибки розрахунку	нескінченна кількість	кінцеве значення	кінцеве значення

Джерело: розроблено автором

Під множиною (табл. 1) розуміється, наприклад, сукупність вищих гармонійних складових електричного сигналу, які отримуються шляхом розкладання несинусоїдального сигналу за допомогою рядів Фур'є. Відповідно така множина має обмеження за найменшою частотою і не має обмеження за найвищою частотою, але це тільки теоретично. Основною особливістю прикладного застосування множини є наявність чіткого алгоритму визначення кожного елемента, що зазвичай відсутнє у класичної або обмеженої нескінченності. Остання споріднена з множиною за наявністю обмежень. Ще одною важливою властивістю є кількість значень, яка для всіх трьох понять (табл. 1) однакова і дорівнює нескінченній кількості, що поєднує їх, і створює умови їх помилкового використання. Але якщо застосовуються додаткові обмеження та припустимі похибки розрахунку, які характерні для відповідної технічної системи, тоді відбувається диференціація понять. Застосування додаткових обмежень майже завжди в електротехніці призводить до обмеження кількості членів ряду, що робить кількість, наприклад, вищих гармонійних складових кінцевим значенням. Але для класичної або обмеженої нескінченності це не призводить до суттєвих змін. На обмежену нескінченність більший вплив має похибка розрахунків, її застосування у обмеженому просторі миттєво призводить до зменшення кількості значень до визначеного числа. Така диференціація за наведеними ознаками (табл. 1) надає можливість однозначно ідентифікувати відповідний математичний інструмент у прикладній математичній задачі та чітко визначає сферу застосування обмеженої нескінченності.

На підставі властивостей, визначених вище, для обмеженої нескінченності можна сформулювати наступні правила її математичного оперування:

$$
\begin{aligned}
&\overline{|\infty|}_1 + \overline{|\infty|}_2 = N_1 + N_2,\\
&\overline{|\infty|}_1 \cdot \overline{|\infty|}_2 = N_1 \cdot N_2,\\
&\overline{|\infty|} + \infty = \infty,\\
&\overline{|\infty|} \cdot \infty = \infty,\\
&\overline{|\infty|} \cdot 0 = 0.
\end{aligned}
\tag{7}
$$

Відповідно до (7) можна стверджувати, що обмежена нескінченність поводиться як скінченне число.

Єдиною складною ситуацією для визначення результату може бути варіант, коли припустима похибка прагне до нескінченно малого числа і при цьому виконуються дії, здатні значно збільшити кількісний набір обмеженої нескінченності:

$$\lim_{\varepsilon_1 \to 0} \overline{|\infty|}_1 \cdot \lim_{\varepsilon_2 \to 0} \overline{|\infty|}_2 \to \infty \tag{8}$$

або

$$\left(\lim_{\varepsilon_1 \to 0} \overline{|\infty|}_1 \right)^{\lim\limits_{\varepsilon_2 \to 0} \overline{|\infty|}_2} \to \infty. \tag{9}$$

Результат, отриманий у (8) або (9), повинен мати значення, які фактично дорівнюють нескінченності, але в той же час його практично неможливо порівняти з глобальною нескінченністю, частинами якої є обмежені нескінченності. Такі труднощі виникають на межі існування обмеженої нескінченності. Щоб їх уникнути, необхідно забезпечити виконання умови:

$$1 \le N \le N_{\max}. \tag{10}$$

У (10) $N_{\max}$ є деякою граничною кінцевою розмірністю обмеженої нескінченності, яка зазвичай визначається обчислювальними можливостями.

Слід зазначити, що в прикладних задачах ця умова завжди присутня і реалізується, тому що рішення з абсолютною точністю в реальній техніці не застосовується, а деяка похибка завжди припустима.

Також порівняння обмеженої нескінченості можливо виконати на основі відповідних оцінок: абсолютної інтегральної оцінки; відносної середньої інтегральної оцінки; кількості вузлів сітки припустимих похибок.

Абсолютна інтегральна оцінка визначає загальну площу, об’єм або багатовимірний простір у абсолютних одиницях, у загальному вигляді вона виглядає наступним чином:

$$\begin{aligned} I_a = \int\limits_{x_{1\min}}^{x_{1\max}} \dots \int\limits_{x_{k\min}}^{x_{k\max}} & f_{1,k}\left(x_1,\dots x_k\right) + \dots + f_{n,k}\left(x_1,\dots x_k\right) - \\ & - f_{n+1,k}\left(x_1,\dots x_k\right) - \dots - f_{m,k}\left(x_1,\dots x_k\right) d\bar{x}, \end{aligned} \tag{11}$$

де $f_{1,k}\left(x_1,\dots x_k\right) \dots f_{n,k}\left(x_1,\dots x_k\right)$ – функції верхньої межі простору обмеженої нескінченності за i-тою незалежною змінною; $f_{n+1,k}\left(x_1,\dots x_k\right) \dots f_{m,k}\left(x_1,\dots x_k\right)$ – функції нижньої межі простору обмеженої нескінченності за i-тою незалежною змінною.

Оцінку (11) доцільно використовувати лише у випадку однакової розмірності фізичних величин всіх функцій меж $\bar{f}\left(\bar{x}\right)$ та припустимих похибок $\bar{\varepsilon}\left(\bar{x}\right)$, інакше виникає конфлікт порівняння. Також виникає проблема врахування форми простору у співвідношенні до припустимих похибок.

Відносна середня інтегральна оцінка

$$\begin{aligned} I_{\text{в}} = \int\limits_{x_{1\min}}^{x_{1\max}} \dots \int\limits_{x_{k\min}}^{x_{k\max}} & \frac{1}{\left(x_{k\max} - x_{k\min}\right) \cdot F_{\text{сер}k}} \cdot \left[f_{1,k}\left(x_1,\dots x_k\right) + \dots + \right. \\ & \left. + f_{n,k}\left(x_1,\dots x_k\right) - f_{n+1,k}\left(x_1,\dots x_k\right) - \dots - f_{m,k}\left(x_1,\dots x_k\right) \right] d\bar{x}, \end{aligned} \tag{12}$$

де $F_{\text{сер}k} = \dfrac{f_{p,k}\left(x_1,\dots x_{\max k}\right) + f_{q,k}\left(x_1,\dots x_{\min k}\right)}{2}$ – середньоарифметична величина варіації простору обмеженої нескінченності за i-тою незалежною змінною.

Оцінка (12) на відміну від оцінки (11) є відносною та осередненою, що робить її незалежною від розмірності функцій $\bar{f}\left(\bar{x}\right)$, а використання середнього значення дозволяє порівнювати відповідні простори обмеженої нескінченності з частковим урахуванням фактору його форми. Але така оцінка, як і попередня, має обмежену наочність, яку можна спостерігати при використанні третьої оцінки – кількості вузлів сітки припустимих похибок.

Остання – третя запропонована оцінка – відображає кількість вузлів сітки припустимих похибок на площу простору обмеженої нескінченості, тому її застосування може бути виконане лише для прикладів, як на рис. 1, для j-тої площини

$$N_j = \sum_{i=0}^{n} trunc\left(\frac{f_{\max j}\left(x_{\min j} + i \cdot \varepsilon_j\right) - f_{\min j}\left(x_{\min j} + i \cdot \varepsilon_j\right)}{\varepsilon_j} \right) + 1, \tag{13}$$

де ε_j – припустима похибка для j-тої площини; $f_{\min j}\left(x_j\right)$ і $f_{\max j}\left(x_j\right)$ – максимальна та мінімальна обмежувальні функції площини простору обмеженої нескінченності; $n = \dfrac{x_{\max j} - x_{\min j}}{\varepsilon}$ – кількість кроків сітки за віссю незалежної змінної.

Якщо має місце багатовимірний простір, тоді задача визначення оцінки зводиться до сукупності плоских задач, тобто суми отриманих за (13) субоцінок

$$N = \sum_{j=1}^{k} N_j. \tag{14}$$

Таким чином, застосовуючи оцінки (11), (12) і (14) загалом або окремо, можна об’єктивно порівняти не тільки обмежені нескінченності, а ще й складні вирази, до яких вони входять.

Найбільш яскраво обмежена нескінченність проявляється в методах квазіконстант [18] і функціональної збіжності [19], де фактично нескінченна множина (глобальна нескінченність) рішень зводиться до скінченної множини (обмежена нескінченність). Це зменшення триває до тих пір, поки не буде досягнута задана точність розрахунку, яка має місце при $N = 1$.

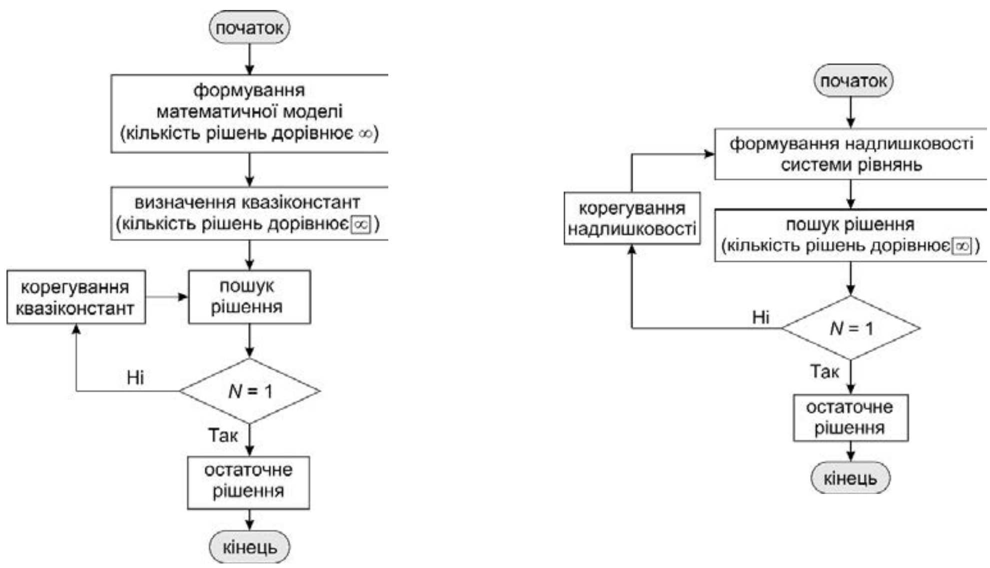
Обидва методи відносяться до прикладних математичних інструментів, які розроблені для реалізації проєктних процедур.

Метод квазіконстант, наприклад, надає змогу перетворити математичну модель електричної машини, яка представлена у вигляді невизначеної системи рівнянь, на математичну модель, яка вже відображається за допомогою визначеної системи рівнянь (рис. 2, а).

Це досягається шляхом перетворення деяких змінних і невідомих параметрів в умовні середньозважені константи (квазіконстанти) для отримання паритету в кількості невідомих змінних і незалежних рівнянь. Насправді метод працює з обмеженою нескінченністю рішень на першому етапі, яка поступово зводиться до стану, коли $N = 1$.

Метод функціональної збіжності (рис. 2, б) дозволяє забезпечити штучну надлишковість у певній системі рівнянь, що призводить до двох і більш кратного вираження однієї з невідомих у функціях однієї чи кількох інших невідомих величин.

Перетинання отриманих функцій надає шуканий результат або визначає простір обмеженої нескінченності рішень. Подальша корекція отриманої надмірності в системі рівнянь дозволяє зменшити розмір обмеженої нескінченності до єдиного рішення з необхідною точністю.



а б

Рис. 2. Алгоритми методу квазіконстант (а) та методу функціональної збіжності (б)

Джерело: розроблено автором

Обмежена нескінченність спостерігається також при дослідженні перехідних процесів у різних технічних пристроях, наприклад, це стосується динамічних режимів електричних машин [20]. Будь-який перехідний процес є сполучною ланкою між двома сталими режимами. Він характеризується нелінійною зміною величин, які визначають стан технічного пристрою. Кількість точок, які дозволяють побудувати криві перехідного процесу, залежить від кроку за часом; якщо вважати його нескінченно малим, тоді кількість точок прагне до нескінченності, але насправді вона все одно визначається кінцевим числом, тобто кількість точок – обмежена нескінченність.

Іншими прикладами використання обмеженої нескінченності є задачі оптимізації [21], які пов’язані з пошуком оптимального рішення в обмеженому просторі припустимих рішень. При цьому кількість можливих варіантів об’єкта проєктування визначається припустимою похибкою рішення і розміром простору пошуку. Якщо похибка стає нескінченно малою, тоді кількість варіантів об’єкта проєктування прагне до нескінченності, точніше, до обмеженої нескінченності.

Концепція обмеженої нескінченності має більш широке застосування, котре виходить за межі технічних проблем. Прикладом може бути кількість космічних об’єктів, які спостерігаються в об’єктиві телескопа. Насправді це має бути нескінченний набір, оскільки кількість об’єктів нескінченно збільшується з віддаленням у космос, але оптична роздільна здатність телескопа дозволяє побачити лише частину з них. Таким чином, характеристики телескопа створюють обмеження, яке перетворює нескінченну множину в обмежену нескінченність.

Загалом існує широкий спектр задач (здебільше прикладних), в яких можна використовувати поняття обмеженої нескінченності.

Висновки з даного дослідження і перспективи подальших розвідок у даному напрямі. Обмежена нескінченність є окремим і добре сформованим поняттям у галузі прикладної математики. Його застосування спрощує формалізацію розв’язування задач, які характеризуються невизначеністю системи рівнянь, вимагають використання чисельних процедур розв’язування або містять глобальну нескінченність.

Основна складність застосування обмеженої нескінченності є порівняння наближено однакових за умовним простором величин, які відображаються за допомогою обмеженої нескінченності. Наведені у роботі порівняльні оцінки ще потребують подальшого дослідження та вдосконалення.

Список використаних джерел:

1. Hong Z. Dialectical infinity and the third mathematical crisis – on the fundamental error of actual infinity // Journal of Research in Philosophy and History, Vol. 3, No. 2. 2020, pp. 73–95.

2. Díaz-Chang T., Arredondo E.-H. Conceptual metaphors and tacit models in the study of mathematical infinity // International Journal of Emerging Technologies in Learning (iJET), No. 17(15), 2022, pp. 16–27.

3. Kajander A., Lovric M. "It does not exist": Infinity and division by zero in the Ontario mathematics curriculum // Can J Sci Math Techn., No. 18, 2018, pp. 154–163.

4. Tall D. Natural and formal infinities // Educational Studies in Mathematics, vol. 48, 2001, pp. 199–238.

5. Jacquette D. Philosophy of logic. Elsevier, 2007.

6. Denis O. Global dimensional mathematics // Journal of Advances in Mathematics and Computer Science, 36(7), article no. JAMCS.72488, 2021, doi: 10.9734/jamcs/2021/v36i730378

7. Anetor Osemenkhian, Ebhohimen Fidelis, Esekhaigbe Edwin. Rational interpolation method for solving initial value problems (IVPS) in ordinary differential equations // International Journal of Scientific and Research Publications, Vol. 3, Issue 9, 2013. Av.: http://www.ijsrp.org/research-paper-0913.php?rp=P211754.

8. Lamtyugova S.N., Sidorov M.V., Sytnykova I.V. Method of numerical analysis of the problem of mass transfer of a cylindrical body with the uniform translational flow, Radio Electronics, Computer Science, Control, vol. 2, 2018, doi: 10.15588/1607-3274-2018-2-3.

9. Brazitikos S., Giannopoulos A., Pafis M. Half-space depth of log-concave probability measures // Probab. Theory Relat. Fields, 2023, doi: 10.1007/s00440-023-01236-2.

10. Al-Shamiri M.M., Rexma Sherine V., Britto Antony Xavier G., Saraswathi D., Gerly T.G., Chellamani P., Abdalla M.Z.M., Avinash N., Abisha M. A New Approach to Discrete Integration and its Implications for Delta Integrable Functions // Mathematics, 2023, 11, 3872, doi: 10.3390/math11183872.

11. Abdulhameed Qahtan Abbood Altai. Fuzzy limits of fuzzy functions // Malaysian Journal of Science, 40(3): Oct 2021, pp. 76–106.

12. Xiaodong Wang, Feng Wang. Infinity norm upper bounds for the inverse of S DDk matrices // AIMS Mathematics. No. 8. 2023. pp. 24999-25016, doi: 10.3934/math.20231276.

13. Johannes H., Jianfeng Y. Limiting distributions for eigenvalues of sample correlation matrices from heavy-tailed populations // The Annals of Statistics. Vol. 50, 2022, pp. 3249–3280.

14. Sergeyev Y. D. Some paradoxes of infinity revisited // Mediterr. J. Math., article no. 19:143, 2022, doi: 10.1007/s00009-022-02063-w.

15. Hijriati N., Yulianti I., Susanti D., Anggraini D. The construction of soft sets from fuzzy subsets // BAREKENG: Jurnal Ilmu Matematika dan Terapan. Vol. 17, Iss. 3, Sep. 2023, pp. 1473–1482, doi: 10.30598/barekengvol17iss3pp1473-1482.

16. Mueckenheim W. The meaning of infinity // arXiv: General Mathematics, 2004, doi: 10.48550/arXiv.math/0403238.

17. Yan B., O'Regan D., Agarwal R.P. Infinite number of solutions for some elliptic eigenvalue problems of Kirchhoff-type with non-homogeneous material // Boundary Value Problems, vol. 44, 2021, doi: 10.1186/s13661-021-01522-9.

18. Кімстач О.Ю. Проектування асинхронних двигунів малої і середньої потужності загального призначення з короткозамкненим ротором: навчальний посібник. – Миколаїв; НУК, 2015. – 188 с.

19. Кімстач О.Ю. Метод функціональної збіжності. *Вісник Херсонського національного технічного університету*. Херсон: ХНТУ, 2017. Вип. 1 (60) С. 11–19.

20. Chiasson John Nelson. Modeling and high-performance control of electric machines / John Chiasson. Published by John Wiley & Sons, Inc., Hoboken, New Jersey. 2005. – 709 p.

21. Çunkaş M., Akkaya R. Design optimization of induction motor by genetic algorithm and comparison with existing motor // Mathematical and Computational Applications, Vol. 11, No. 3, 2006, pp. 193–203.

References:

1. Hong, Z. (2020). Dialectical infinity and the third mathematical crisis – on the fundamental error of actual infinity. *Journal of Research in Philosophy and History*, Vol. 3, No. 2, pp. 73-95.

2. Díaz-Chang, T., Arredondo, E.-H. (2022). Conceptual metaphors and tacit models in the study of mathematical infinity. *International Journal of Emerging Technologies in Learning (iJET)*, No. 17(15), pp. 16-27.

3. Kajander, A., Lovric, M. (2018). "It does not exist": Infinity and division by zero in the Ontario mathematics curriculum. *Can J Sci Math Techn.*, No. 18, pp. 154-163.

4. Tall, D. (2001). Natural and formal infinities. *Educational Studies in Mathematics*, vol. 48, pp. 199-238.

5. Jacquette, D. (2007). *Philosophy of logic.* Elsevier.

6. Denis, O. (2021). Global dimensional mathematics. *Journal of Advances in Mathematics and Computer Science*, 36(7), article no. JAMCS.72488, doi: 10.9734/jamcs/2021/v36i730378

7. Anetor Osemenkhian, Ebhohimen Fidelis, Esekhaigbe Edwin. (2013). Rational interpolation method for solving initial value problems (IVPS) in ordinary differential equations. *International Journal of Scientific and Research Publications*, Vol. 3, Issue 9. Av.: http://www.ijsrp.org/research-paper-0913.php?rp=P211754.

8. Lamtyugova, S.N., Sidorov, M.V., Sytnykova, I.V. (2018). Method of numerical analysis of the problem of mass transfer of a cylindrical body with the uniform translational flow. *Radio Electronics, Computer Science, Control*, vol. 2, doi: 10.15588/1607-3274-2018-2-3.

9. Brazitikos, S., Giannopoulos, A., Pafis, M. (2023). Half-space depth of log-concave probability measures. *Probab. Theory Relat. Fields*, doi: 10.1007/s00440-023-01236-2.

10. Al-Shamiri, M.M., Rexma Sherine, V., Britto Antony Xavier, G., Saraswathi, D., Gerly, T.G., Chellamani, P., Abdalla, M.Z.M., Avinash, N., Abisha, M. (2023). A New Approach to Discrete Integration and its Implications for Delta Integrable Functions. *Mathematics*, 11, 3872, doi: 10.3390/math11183872.

11. Abdulhameed Qahtan Abbood Altai. (2021). Fuzzy limits of fuzzy functions. *Malaysian Journal of Science*, 40(3), pp. 76-106.

12. Xiaodong Wang, Feng Wang. (2023). Infinity norm upper bounds for the inverse of S DDk matrices. *AIMS Mathematics*. No. 8. pp. 24999-25016, doi: 10.3934/math.20231276.

13. Johannes, H., Jianfeng, Y. (2022). Limiting distributions for eigenvalues of sample correlation matrices from heavy-tailed populations. *The Annals of Statistics*. Vol. 50, pp. 3249-3280.

14. Sergeyev, Y. D. (2022). Some paradoxes of infinity revisited. *Mediterr. J. Math.*, article no. 19:143, doi: 10.1007/s00009-022-02063-w.

15. Hijriati, N., Yulianti, I., Susanti, D., Anggraini, D. (2023). The construction of soft sets from fuzzy subsets. *BAREKENG: Jurnal Ilmu Matematika dan Terapan*. Vol. 17, Iss. 3, pp. 1473-1482, doi: 10.30598/barekengvol17iss3pp1473-1482.

16. Mueckenheim, W. (2004). The meaning of infinity. *arXiv: General Mathematics*, doi: 10.48550/arXiv.math/0403238.

17. Yan, B., O'Regan, D., Agarwal, R.P. (2021). Infinite number of solutions for some elliptic eigenvalue problems of Kirchhoff-type with non-homogeneous material. *Boundary Value Problems*, vol. 44, doi: 10.1186/s13661-021-01522-9.

18. Kimstach, O.Yu. (2015). *Proektuvannia asynkhronnykh dvyhuniv maloi i serednoi potuzhnosti zahalnoho pryznachennia z korotkozamknenym rotorom: navchalnyi posibnyk*. Mykolaiv: NUK.

19. Kimstach, O.Yu. (2017). Metod funktsionalnoi zbizhnosti [Method of functional convergence] // *Visnyk of Kherson National Technical University*, issue 1 (60), pp. 11-19.

20. Chiasson John Nelson. (2005). *Modeling and high-performance control of electric machines*. New Jersey: Published by John Wiley & Sons, Inc., Hoboken.

21. Çunkaş, M., Akkaya, R. (2006). Design optimization of induction motor by genetic algorithm and comparison with existing motor. *Mathematical and Computational Applications*, vol. 11, No. 3, pp. 193-203.