

DOI: <https://doi.org/10.32836/2521-666X/2022-78-24>
УДК 51-77

Мельник О.І.

студент,
Національний університет «Острозька академія»

Новоселецький О.М.

кандидат економічних наук,
доцент кафедри економіко-математичного моделювання
та інформаційних технологій,
Національний університет «Острозька академія»

Melnyk Ostap, Novoseletskyi Oleksandr

National University of Ostroh Academy

ЕКОНОМІКО-МАТЕМАТИЧНИЙ ІНСТРУМЕНТАРІЙ ПРОГНОЗУВАННЯ ОБМІННОГО КУРСУ ВАЛЮТ

ECONOMIC AND MATHEMATICAL TOOLS FOR PREDICTING THE CURRENCY EXCHANGE RATE

Стаття присвячена аналізу існуючих підходів до прогнозування курсу валют. Досліджено праці українських та іноземних вчених з цієї тематики. Розглянуто основні недоліки та переваги існуючих напрямків прогнозування, а також окремих методів і моделей. Вказано способи полегшення реалізації прогнозування курсу валют за допомогою нейронних мереж з використанням програмних бібліотек до різних мов програмування та окремих програмних застосунків. В результаті дослідження було систематизовано знання про існуючі підходи, що використовуються у процесі прогнозування курсу валют. Також було встановлено, що існує два напрямки прогнозування курсу валют, зокрема, інтуїтивний та формалізований. Перший притаманний більш короткостроковому прогнозуванню і часто використовується у трейдингу. Другий здатен робити як довгострокові так і короткострокові прогнози і найчастіше використовується підприємствами та державними органами влади.

Ключові слова: курс валют, нейронні мережі, адаптивні методи, авторегресійні моделі, експоненційне згладжування.

The article deals with the analysis of existing approaches to exchange rate forecasting. It also includes the review of Ukrainian and foreign scientists on this topic. The authors of this article have considered the main disadvantages and benefits of existing forecasting dimensions, as well as individual methods and models. They indicated ways to facilitate the implementation of currency exchange rate forecasting using neural networks with software libraries for various programming languages and individual software applications, as well. As a result, the authors have systematized knowledge about existing approaches used in the process of currency exchange rate forecasting. There are two dimensions of currency exchange rate forecasting, in particular, intuitive and formalized ones. The intuitive dimension is peculiar to short-term forecasting and is often used in trading. Its main advantages include the ability to consider structural changes in the economy that can significantly affect the exchange rate formation itself and the speed of forecasting. However, the disadvantage of intuitive methods is the inability to prove formally the quality of the obtained forecasts. The advantages of the formalized dimension of forecasting include the ability to prove the quality. Businesses and government agencies use it the most often. Extrapolation methods and machine learning methods are mainly used to predict the exchange rate using formalized methods. Moreover, the reviewed studies indicate that among the well-known extrapolation methods for predicting the exchange rate, autoregressive models (VAR, AR, ARMA, ARIMA, SARIMA, ARCH, GARCH, ARDL) and smoothing methods (floating averages, adaptive methods and models) are used the most frequently. Machine learning methods include neural networks. Trend models have proved to be ineffective for currency exchange rate forecasting. The reason for this appeared to be using large amounts of data for currency exchange rate forecasting, and each fluctuation there directly affects the whole phenomenon.

Key words: exchange rate, neural networks, adaptive methods, autoregressive models, exponential smoothing.

Постановка проблеми. Валютні курси це одна із найважливіших складових системи міжнародних економічних відносин. Без надійних результатів прогнозування яких виникає неможливість правильного оцінювання результатів зовнішньоекономічної діяльності. Прогнозування курсу національної валюти є важливим аспектом планування дохідної та витратної частин бюджету, тобто курс національної валюти є одним з основних прогнозованих показників який закріплюється в державному бюджеті України. Саме на основі прогнозованих показників курсу національної валюти розробляється ефективна валютна політика держави, яка спрямована на захист економічних інтересів країни. Також, ефективно прогнозування валютних коливань та зміни курсу національної валюти необхідне і для підприємств, особливо для тих які займаються експортною чи імпоротною діяльністю, оскільки, від цього залежать їхній прибуток.

Для прогнозування економічних явищ використовуються різні методи і моделі. Вони доволі швидко розвивається. З'являються нові, які в більшості випадків є модифікаціями існуючих методів. Певні, інтегруються для прогнозування окремих явищ. Тому існує потреба в систематизації знань про вже існуючі методи та моделі, що використовуються для прогнозування саме курсу валют.

Аналіз останніх досліджень та публікацій. Питання прогнозування курсу валют висвітлення у працях багатьох дослідників. Зокрема, Аль-Гунмейн Р.С., Ісмаїл М.Т. [1], висвітлили прогнозування курсу валют з використанням моделі ARIMA Бокса-Дженкінса, Амант К., Томаш М., Жільє С. [2] описали основи та можливості прогнозування обмінного курсу за допомогою методів машинного навчання; питання прогнозування фінансових часових рядів на основі ШНМ і методів випадкового блукання розглядали Адхікарі Р. та Аграв Р.К. [3]. Прогнозування обмінних курсів в умовах невизначеності параметрів і моделей описали Бекман Дж. і Шюслер Р. [4], прогнозування з використанням генетичних алгоритмів описали Чен Ю і Г. Чжан[5]. Також, питання прогнозування валютних курсів в системі управління конкурентоспроможністю підприємств розглядали Сергієнко О.А. і Татар М.С. [6].

Мета статті. Метою дослідження є систематизація знань щодо методів та моделей прогно-

зування валютних курсів шляхом аналізу існуючих підходів.

Виклад основного матеріалу. Існує два напрямки прогнозування курсу валют: інтуїтивний (на основі суджень), та формалізований (на основі методів і моделей). Перший напрямок доволі часто використовується трейдерами. Причиною цього є те, що на формування ціни на валютному ринку часто впливають певні очікування покупців. Тому метою трейдерів є певний прогноз таких очікувань. Впливати на такі очікування можуть як політичні, так і економічні фактори. Якщо останні можливо врахувати в моделі, то врахування перших є обмеженим, оскільки вплив одного і того ж явища на формування ціни на валютному ринку можуть бути різними в різні моменти часу. І саме це ускладнює врахування політичних факторів в моделях. Тому часто для визначення їх впливу використовують саме оцінки експертів для формування певного прогнозу. Для їх отримання використовують різні методи. До таких методів прогнозування належать метод «Делфі», експертний метод, метод перехресного аналізу та інші. Проте, слід розуміти, що правдивість таких припущень вкрай важко довести, і використання таких прогнозів підприємствами, органами державної влади є обмеженим. До переваг першої групи можна віднести швидкість отримання прогнозу, можливість врахування структурних зрушень (математичні методи й моделі не здатні врахувати серйозні структурні зрушення, які можливі в економіці, або це призведе до невиправданого ускладнення моделі), вартість. Основним же недоліком, як було зазначено вище, є неможливість формалізованого доведення отриманих результатів.

На противагу інтуїтивному прогнозуванню існує формалізований. Це групи методів і моделей, за допомогою яких можливо отримати прогноз і довести його якість. Тому підприємствами й державними органами влади використовуються саме цю групу методів і моделей для прогнозування.

До найпростіших способів прогнозування курсу валют на основі формалізованих методів належать методи екстраполяції, тобто поширення тенденцій, що склалися в минулому, на майбутнє. В основі методів екстраполяції лежить принцип, що більшість економічних явищ характеризуються певною інерцією, тобто ми-

нулі значення показників впливають на наступні. Особливо це проявляється в прогнозуванні на короткі періоди. Це доволі велика група, яка включає методи згладжування (плаваючих середніх), авторегресійні моделі (AR, ARMA, ARIMA та ін.), трендові моделі (лінійні, нелінійні), ймовірнісні моделі.

Раніше трендові моделі були доволі популярні у прогнозуванні економічних явищ, проте дослідження з фрактального аналізу у прогнозуванні курсу валют [7] показали, що так званої лінійної парадигми (малі коливання вхідних даних системи в малому ступені міняють її траєкторію), в більшості випадках, є недостатньо для побудови достатньо адекватних математичних моделей. Це стало причиною виникнення необхідності фундаментального перегляду лінійної концепції та перехід до так званої нелінійної парадигми в математичному моделюванні (малі коливання вхідних даних чи значень змінних динамічної системи можуть в катастрофічно великому ступені змінювати її траєкторію через складність самої системи та хаотичності її поведінки). Практичною цінністю описаної парадигми є те, що на її базі вдається більш адекватно показувати специфічні характеристики ієрархічності, конкретної динаміки та високого ступеня невизначеності, що притаманні реальним соціальним, економічним, фінансовим, фізичним та іншим процесам та системам [8]. В результаті було доведено, що МНК, метод Лагранжа, методи Гауса є неефективними при прогнозуванні курсу валют. В свою чергу трендові моделі використовують вищезазначені методи у пошуку параметрів. Тому цей напрямок моделювання на цей момент часу є неефективними. Це пов'язано з тим, що в якості вхідних даних використовується великий обсяг статичних даних. Проте в праці Кривди О.В., Сидоренко Ю.В., Романової Д.П. «Прогнозування динаміки економічних процесів за допомогою методів фрактальної геометрії» [7] звертається увага на метод згладжування плаваючої середньої та його модифікації (метод зміщених плаваючих середніх, метод експоненціальних плаваючих середніх та метод врівноважених плаваючих середніх, а також їх комбінації). В основі методу плаваючих середніх лежить принцип, що часовий ряд згладжується за рахунок усереднення кожного наступного елемента ряду на основі попередніх і наступних значень

(кількість яких залежить від періоду згладжування поділеного на два). Недолік – втрата спостережень (кількість яких дорівнює періоду згладжування). Проте, при прогнозуванні курсів валют присутній великий масив даних, а тому цей недолік є несуттєвим. Модифікації ж методу базуються на ускладненні алгоритму згладжування шляхом застосування певних коефіцієнтів.

Наступний метод прогнозування, який доволі часто використовується для прогнозування курсу валют є експоненційне згладжування. Він зазвичай рекомендується для короткострокового прогнозування. Сутність методу полягає в тому, що згладжування тимчасового ряду здійснюється за використанням експоненційної середньої. Кожна наступна отримана оцінка (прогноз) обчислена як середнє число ваги поточного спостереження і попереднього згладженого спостереження; попереднє згладжене спостереження обчислюється, в свою чергу, від попередньої оцінки й згладженої оцінки перед попереднім спостереженням і т. д. Таким чином, у дійсності, кожна згладжена оцінка – середнє число ваги попередніх спостережень, де ваги зменшуються по експоненті залежно від цінності параметра (альфа). «Пізним» спостереженням надаються ваги великі у порівнянні з «ранніми» [8]. Основна проблема при прогнозуванні за допомогою експоненційного згладжування є вибір оптимального параметра згладжування. Проте, така проблема притаманна усім адаптивним методам прогнозування, і зазвичай цей параметр обирається у результаті оптимізації одного з критеріїв якості прогнозів. Слід зазначити, що метод ковзної середньої та метод експоненційного згладжування ефективні лише у випадку наявної чітко вираженої тернової складової.

До методів згладжування також належать адаптивні моделі. Адаптивні моделі прогнозування – це моделі дисконтування даних, що здатні швидко пристосовувати свою структуру і параметри до зміни умов. Інструментом прогнозу в адаптивних моделях, як і в кривих зростання, є математична модель з єдиним фактором «час» [9]. До адаптивних методів слід віднести: модель Хольта, модель Вінтерса, модель Хольта-Вінтерса, модель Тейла-Вейджа, модель Брауна, модель Харрісона, метод Трігга, метод Трігга-Ліча, модель Чоу, метод гармонійних ваг та ін. Всі ці моделі часто використовуються для

прогнозування курсу валют. Сутність методів полягає у пристосуванні моделі до даних за допомогою параметрів. Кожен метод має різний алгоритм побудови. Проте для отримання якісного прогнозу рекомендується застосовувати декілька методів одночасно (не менше 3) і подальшого їх порівняння. Причиною цього є те, що адаптивні моделі прогнозування показують гарні результати, але слід розуміти, більшість критеріїв оцінки базується на перевірці відповідності модельованих значень реальним. Основним недоліком адаптивних моделей є факт «пристосовуваності» їх до реальних даних, тому потрібна детальна перевірка отриманих результатів прогнозування. Вибір же моделей прогнозування залежить від дослідника. Все залежить від економік країн, прогнозуванням курсу яких ви займаєтесь. Наприклад, для економік, орієнтованих на експорт енергоносіїв, для прогнозування курсу валют будуть ефективні моделі, які враховують сезонність (Тейла-Вейджа, Хольта-Вінтерса, Харрісона), тому що у зимовий період експорт енергоносіїв значно зростає. Також, прикладом є країни, експортом яких є продукція сільського господарства. Проте, для таких валют як євро, які залежать від діяльності ряду країн, вплив сезонності є мінімальним.

Наступний клас моделей, який використовується для прогнозування курсу валют є авторегресійні моделі. Так, у 50-х 70-х роках минулого століття були популярні методи векторної авторегресії (VAR-моделі). VAR-моделі – це мультиваріативні динамічні економетричні моделі, що використовується для відображення лінійних взаємозв'язків між декількома часовими рядами. Їх використовували багато центральних банків у світі, а курс валют залежав від сотні факторів [10]. Причому кожен фактор міг залежати від попередніх значень, і чітко визначених факторних і залежних змін не було. Це викликало незручності у їх використанні. Проте, праці К. Сімса довели їх ефективність, тому VAR-моделі продовжують використовувати у прогнозуванні курсу валют, однак з деяким спрощенням. Кількість факторів намагаються обмежити, щоб кореляція між ними була мінімальною. У деяких працях наведено, що на курс валют впливають такі чинники: темпи інфляції, дефіцит державного боргу, попит на гроші, платіжний баланс країни, процентні ставки, валовий внутрішній продукт, пропозиція грошей, розвиток фон-

дового ринку тощо. Ідея VAR-моделей (системи моделей) полягає у визначенні залежності впливу факторів в минулий період ($t-n$) часу на формування курсу валют в теперішньому періоді, тобто створенні факторної моделі, яка показує залежність курсу валют від вищезазначених факторів у попередні періоди. Для створення ж прогнозу шукають прогнозні значення факторів за допомогою авторегресійних моделей. Такі моделі згадуються у праці Зеленської М.І., Барабаш С.О. [11]. Цей метод прогнозування ефективний як для короткострокового прогнозування, так і для довгострокового.

VAR-моделі – це не єдиний клас авторегресійних моделей, який використовується для прогнозування курсу валют. Однією з найбільш часто використовуваних авторегресійних моделей для прогнозування курсу валют є моделі Бокса-Дженкінса (1976). Для пошуку прогнозованих значень часових рядів модель ARIMA використовує минулі та поточні значення. ARIMA – це абревіатура, що означає AutoRegressive Integrated Moving Average, що є узагальненням простішої моделі AutoRegressive Moving Average додаючи поняття інтегрованості. Моделі ARIMA записуються у вигляді ARIMA (p, q, d), де, згідно з методикою Бокса-Дженкінса, p – кількість спостережень із затримкою, включених у модель (також називається порядком затримки), q – розмір вікна ковзного середнього (також називається порядком ковзного середнього), d вказує на кількість разів, коли до спостережень застосовують метод різниць (також називають порядком різниць). Даний метод у своїх дослідженнях використовували Джоше, В.К., Банд, Г., Найду, К., і Гангаре (2020) [12] для моделювання обмінного курсу індійської рупії щодо долара США. Автори визначили, що модель ARIMA (1, 1, 5) в результаті показала найкращі результати. Аль-Гунмейн та Ісмаїл (2020) [1] спрогнозували обмінний курс йорданського динара щодо долара США. Результати показали, що найкращий прогноз дала модель ARIMA (1,0,1). Дека А. та Ресогру Н.Г. (2019) також застосували методологію ARIMA для прогнозування обмінного курсу турецької ліри щодо долара США і визнали її придатною. Досить часто використовується модифікація ARIMA – SARIMA з урахуванням сезонності та методи ARCH, GARCH, ARDL.

І останній напрямок прогнозування курсу валют, який з кожним роком набуває все більшої популярності – це методи машинного навчання, а саме нейронні мережі. Нейронні мережі, також відомі як штучні нейронні мережі (ШНМ) або змодельовані нейронні мережі (ЗНМ), є підмножиною машинного навчання і лежать в основі алгоритмів глибокого навчання. Штучні нейронні мережі (ШНМ) складаються з шарів вузлів, що містять вхідний шар, один або кілька прихованих шарів та вихідний шар. Кожен вузол або штучний нейрон з'єднується з іншим і має відповідну вагу та поріг. Якщо вихід будь-якого окремого вузла перевищує вказане граничне значення, цей вузол активується, відправляючи дані на наступний рівень мережі. В іншому випадку дані не передаються на наступний нейрон.

За твердженням К. Кіані, перевагою застосування НМ у порівнянні з іншими підходами є розв'язання нелінійних проблем, з чим не справляються класичні методи. Ф. Лісі та Р. Щікаво [13] у своїй праці здійснили порівняння нейронних мереж і хаотичних моделей блукати й довели перевагу перших над останніми. На сьогодні чимало економістів погоджуються з тим фактом, що дані про валютні курси є нелінійними.

Перевагами нейронних мереж є те, що вони здатні генерувати нелінійні функції, близькі до будь-яких неперервних. Нейронні мережі не вимагають наявності певної кількості змінних. До недоліків відносять неможливість визначення

функціональної залежності та чітко формалізованого опису досліджуваного явища.

Побудова моделей за допомогою нейронних мереж це доволі складна операція. Проте, зараз існують десятки бібліотек до таких мов програмування як R і Python, які допомагають реалізувати алгоритми нейронних мереж для прогнозування: TStools, nnfor, NeuroSolution, NeuroShell та ін. Тому на цей час саме прогнозування за допомогою нейронних мереж стає найпопулярнішим методом. Причинами цього є стрімкий розвиток технічного забезпечення і можливостей обробки великих обсягів інформації.

Висновки. Для прогнозування курсу валют використовують різні методи та моделі. Валютний курс постійно перебуває під впливом різних факторів. Також слід вважати, що для кожної окремої валютної пари підходять різні методи прогнозування. Тому слід розуміти, що універсальних методів і моделей прогнозування курсу валют не існує.

Дослідники в однаковій мірі використовують як адаптивні методи й моделі, так і нейронні мережі. В сучасних торгових роботах на валютній біржі використовуються як нейронні мережі, так і авторегресії різних порядків. Проте, не слід і відкидати інтуїтивне прогнозування курсу валют, оскільки економетричні методи та моделі не здатні враховувати серйозних структурних зрушень. Тому прогнозування курсу валют має бути комплексною діяльністю, яка поєднуватиме формалізовані методи прогнозування з інтуїтивними для отримання якісних результатів.

Список літератури:

1. Al-Gounmein, R. S., & Ismail, M. T. Forecasting the exchange rate of the Jordanian Dinar versus the US dollar using a Box-Jenkins seasonal ARIMA Model. *International Journal of Mathematics and Computer Science*. 2020. № 15(1). P. 27–40.
2. Amat, C., Tomasz, M., & Gilles, S. Fundamentals and exchange rate forecast ability with machine learning methods. *Journal of International Money Finance*. 2018. № 88. P. 1–24.
3. Adhikari, R., and R. K. Agrawal. A Combination of Artificial Neural Network and Random Walk Models for Financial Time Series Forecasting. *Neural Computing & Applications*. 2014. № 24 (6). P. 1441–9.
4. Beckmann, J., and R. Schüssler. Forecasting Exchange Rates under Parameter and Model Uncertainty. *Journal of International Money and Finance*. 2016. № 60 (February). P. 267–88.
5. Chen, Y., and G. Zhang. Exchange Rates Determination Based on Genetic Algorithms Using Mendel's Principles: Investigation and Estimation under Uncertainty. *Information Fusion*. 2013. № 14 (3). P. 327–33.
6. Сергієнко О.А., Татар М.С. Моделі прогнозування валютних курсів в системі управління конкурентоспроможністю підприємства. *Проблеми економіки*. 2013. № 2. С. 268–278.
7. Кривда О.В., Сидоренко Ю.В., Романова Д.П. Прогнозування динаміки економічних процесів за допомогою методів фрактальної геометрії. *Економічний вісник національного технічного університету України «Київський Політехнічний Інститут»*. 2017. № 14. С. 483–490.
8. Сидоренко Ю.В., Каленюк О.С. Проблеми обчислювання симплексної вагової інтерполяційної функції. *Міжвідомчий науково-технічний збірник «Прикладна геометрія та інженерна графіка»*. 2010. № 85. С. 164–167.
9. Семяновський В.М. Методи соціально-економічного прогнозування : навчальний посібник. Київ : Бізнес Медіа Консалтинг, 2011. 300 с.

10. Лук'яненко І.Г., Городніченко Ю.О. Сучасні економетричні методи у фінансах : навчальний посібник. Київ : Літера ЛТД, 2002. 349 с.
11. Зеденська М.І., Барабаш С.О. Прикладні аспекти моделювання валютних курсів в Україні. *Ефективна економіка*. 2014. № 2.
12. Joshe, V.K., Band, G., Naidu, K., & Ghangare (2020), A. modeling exchange rate in India-empirical analysis using ARIMA model. *Studia Rosenthaliana: Journal for the Study of Research*. 2020. № 12(3). P. 13–26.
13. Lisi F. & Schiavo R. A comparison between neural networks and chaotic models for exchange rate prediction. *Computational Statistics & Data Analysis*. 1999. № 30 (1). P. 87–102.

References:

1. Al-Gounmein, R.S., & Ismail, M.T. (2020). Forecasting the exchange rate of the Jordanian Dinar versus the US dollar using a Box-Jenkins seasonal ARIMA Model. *International Journal of Mathematics and Computer Science*, vol. 15(1), pp. 27–40.
2. Amat, C., Tomasz, M., & Gilles, S. (2018). Fundamentals and exchange rate forecast ability with machine learning methods. *Journal of International Money Finance*, vol. 88, pp. 1–24.
3. Adhikari, R., and R. K. Agrawal. (2014). A Combination of Artificial Neural Network and Random Walk Models for Financial Time Series Forecasting. *Neural Computing & Applications*, vol. 24 (6), pp. 1441–9.
4. Beckmann, J., and R. Schüssler. (2016). Forecasting Exchange Rates under Parameter and Model Uncertainty. *Journal of International Money and Finance*, vol. 60 (February), pp. 267–88.
5. Chen, Y., and G. Zhang. (2013). Exchange Rates Determination Based on Genetic Algorithms Using Mendel's Principles: Investigation and Estimation under Uncertainty. *Information Fusion*, vol. 14 (3), pp. 327–33.
6. Serhiienko O.A., Tatar M.S. (2013). Modeli prohnozuvannya valiutnykh kursiv v systemi upravlinnia konkurentos-promozhnistiu pidpriemstva [Models of forecasting exchange rates in the system of enterprise competitiveness management]. *Problemy ekonomiky*, vol. 2, pp. 268–278.
7. Kryvda O.V., Sydorenko Yu.V., Romanova D.P. (2017). Prohnozuvannya dynamiky ekonomichnykh protsesiv za dopomohoiu metodiv fraktalnoi heometrii [Predicting the dynamics of economic processes using the methods of fractal geometry]. *Ekonomichnyi visnyk natsionalnoho tekhnichnoho universytetu Ukrainy «Kyivskiy Politekhnichnyi Instytut»*, vol. 14, pp. 483–490.
8. Sydorenko Y.V. Kaleniuk O.S. (2010) Problemy obchysliuvannya sympleksnoi vahovoi interpolatsiinoi funktsii [Problems of calculation of simplex weight interpolation function]. *Mizhvidomchyi naukovo-tekhnichnyi zbirnyk «Prykladna heometriia ta inzhenerna hrafika»*, vol. 85, pp. 164–167.
9. Semianovskiy V.M. (2011). Metody sotsialno-ekonomichnoho prohnozuvannya [Methods of socio-economic forecasting]. Kyiv: Biznes Media Konsal'tynh.
10. Lukianenko I.H., Horodnichenko Y.O. (2002). Suchasni ekomometrychni metody u finansakh [Modern econometric methods in finance]. Kyiv: Litera LTD. (in Ukrainian)
11. Zedenska M.I., Barabash S.O. (2014) Prykladni aspekty modeliuвання valiutnykh kursiv v Ukraini [Applied aspects of exchange rate modeling in Ukraine]. *Efektivna ekonomika*, vol. 2.
12. Joshe, V. K., Band, G., Naidu, K., & Ghangare. (2020). A modeling exchange rate in India-empirical analysis using ARIMA model. *Studia Rosenthaliana: Journal for the Study of Research*, vol. 12(3), pp. 13–26.
13. Lisi F. & Schiavo R. (1999). A comparison between neural networks and chaotic models for exchange rate prediction. *Computational Statistics & Data Analysis*, vol. 30(1), pp. 87–102.