

**А. В. Сохацький**, доктор технічних наук,  
завідувач кафедри транспортних систем та  
технологій Академії митної служби України

### ПРОГНОЗУВАННЯ ДИНАМІКИ ВИХОРОВИХ СЛІДІВ ЛІТАКІВ: ПРОБЛЕМИ ТА ПЕРСПЕКТИВИ

*Досліджується проблема прогнозування динаміки вихорових слідів літаків. Аналізується процес утворення та розпаду вихорового сліду літака, його фізичні особливості. Проблемним питанням залишається побудова математичних моделей динаміки вихорових слідів з урахуванням усіх особливостей їх формування, втрати стійкості, розпаду та згасання.*

*Исследуется проблема прогнозирования динамики вихревых следов самолетов. Анализируется процесс образования и распада вихревого следа самолета, его физические особенности. Проблемным вопросом остается построение математических моделей динамики вихревых следов с учетом всех особенностей их формирования, потери устойчивости, распада и угасания.*

*Examined problem of prognostication of dynamics of vortical tracks of airplanes. The process of education and disintegration of vortical vapour trail, its physical features, is analysed. By a problem questions there is a construction of mathematical models of dynamics of vortical tracks taking into account all features of their forming, loss of stability, disintegration and fading.*

**Ключові слова.** Вихоровий слід, моделювання вихорових слідів, моделювання турбулентності.

**Вступ.** Проблема вихорових слідів надзвичайно актуальна для повітряного транспорту [1–11]. Це обумовлено як безпекою руху, екологічними вимогами, так і пропускну спроможністю елементів транспортних систем. Вихоровий слід є певною загрозою для транспортних апаратів різноманітного призначення, тому прогнозування його розвитку та розпаду підвищить безпеку руху транспортних засобів. Однією з пропозицій ІКАО щодо зменшення існуючих ризиків для забезпечення безпеки польотів і підвищення пропускну спроможності повітряного простору є створення глобальної системи вихрової безпеки польотів.

Аналіз льотних пригод останніх років показує, що через потрапляння літаків у вихоровий слід сталося чимало катастроф [1]. Так, 3 вересня 2007 р. під час проведення льотних змагань в аеропорті Reno Stead Airport (США) літак “Aero Vodochody L-39 Albatross” потрапив у вихоровий слід літака “Rockwell T-2B”, втратив управління, перевернувся і зіткнувся з землею. Пілот літака загинув.

Інша аналогічна катастрофа трапилася 4 листопада 2008 р. з літаком “Learjet 45 XC-VMC” під час виконання посадки в Benito Juarez International Airport (м. Мехіко). Літак “Learjet 45” потрапив у вихоровий слід літака “Boeing 767-300”, що виконував посадку. Літак “Learjet 45” упав у центр міста. Частина пасажирів загинула, інші отримали травми.

У зв’язку з цим моніторинг та прогнозування турбулентного та вихорового станів атмосфери в районі аеропорту й нині залишаються актуальною проблемою.

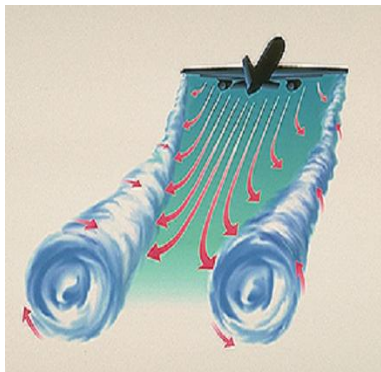
Під час польоту в атмосфері літак створює вихровий слід, небезпечний для інших літальних апаратів (ЛА). Під час зльоту й посадки саме обмеження за вихоровим слідом визначає величину безпечної дистанції між літаками. Зменшення цієї дистанції збільшує пропускну спроможність аеропорту, але при цьому має гарантуватися безпека польоту. Нині встановлено рекомендації ІКАО щодо величини безпечної дистанції залежно від класів літаків.

© А. В. Сохацький, 2013

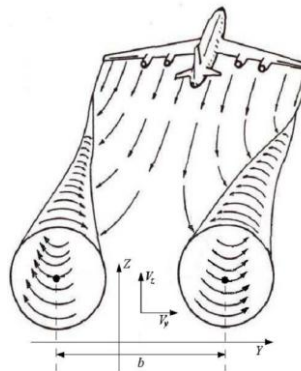
Практичні додатки системи вихрової безпеки польотів мають базуватися на вихідних даних, необхідних для розрахунку вихрових слідів повітряних суден, а також визначення їхніх стійкості й керованості в турбулентному вихоровому сліді, надавати результати розрахунків для дотримання необхідних інтервалів руху повітряних суден. Для цього застосовують відповідні математичні методи та програмні комплекси з метою проведення процедури вихрової рекатегоризації, бортові системи запобігання входу до вихрових слідів, наземні системи моніторингу й прогнозу турбулентного та вихорового станів атмосфери в льотній зоні.

**Постановка завдання.** Сучасна база знань про природу турбулентності, вихрових слідів, механізму їхньої дії на повітряні судна, створення методів математичного моделювання вихрових слідів, а також наявність дієвих методів їх вимірювання не досконала і потребує подальших розробок. Особливо важливою залишається проблема моделювання динаміки вихрових слідів та процесів їх згасання. Результати розробки фізико-математичних моделей вихрових слідів літаків та їх дослідження викладено у працях [12–21].

Вивчення впливу вихрового сліду на літак, що потрапив у цей слід, та пошук способів зниження несприятливого впливу на його аеродинамічні характеристики – це актуальні завдання підвищення безпеки польоту і збільшення пропускної здатності аеропортів. Наряду з льотним експериментом, що потребує значних матеріальних затрат, і небезпечний для екіпажу літака-лабораторії, важливе місце у вирішенні цього завдання належить дослідженням в аеродинамічних трубах. Проте отримання достовірних результатів з урахуванням турбулентного стану атмосфери є проблемним, що сприяє актуальності застосування математичного моделювання для прогнозування динаміки вихрових слідів літаків (рис. 1).



а) ілюстрація утворення вихрового сліду літака



б) схема для розрахунку інтенсивності вихрового сліду, де  $b$  – відстань між осями літакових вихорів

Рис. 1. Формування вихрового сліду літака

**Результати дослідження.** Супутній вихровий слід характеризується наявністю значних скосів потоку, що істотно змінює процес обтікання поверхні літака, який увійшов у слід. Довжина супутнього сліду може бути від кількох кілометрів до кількох десятків кілометрів. Його розміри залежать від компоновки літака, геометричних та вагових характеристик, умов польоту, стану атмосфери. Супутній слід літака складається з ближнього та дальнього слідів.

Утворення та розпад вихорового сліду має складні фізичні особливості (рис. 2–3). У зоні формування утворюється вихорова пелена у вигляді двох, а в деяких літаків і більше, кінцевих потужних вихорових джгутів. Ця зона становить 2–3 розмаху крила літака. Наступна зона стійкого сліду характеризується наявністю двох кінцевих стійких вихорових джгутів. Її довжина може бути від кількох кілометрів до кількох десятків кілометрів. Під час симетричного навантаження відстань між осями кінцевих джгутів дорівнює приблизно 0,8 розмаху крила. Взаємовплив кінцевих джгутів зумовлює їх зниження відносно траєкторії руху літака на 100–150 м залежно від його геометричних, вагових, кінематичних характеристик.

З розвитком кінцеві джгути скривлюються й набувають синусоїдальної форми. Настає етап втрати стійкості вихорових джгутів – зона нестійкого сліду. Кінцеві джгути починають зближатися. Їхні осі хвилеподібно сходяться й розходяться до появи точок з'єднання й утворення ланцюга ізольованих вихорових кілець. З цього моменту починається руйнування вихорового сліду.

Експериментальні дослідження показують, що утворення та розпад вихорового сліду має таку структуру (рис. 2, 3) [6]: зона формування сліду, зона стійкого сліду, зона нестійкого сліду, зона розпаду сліду.

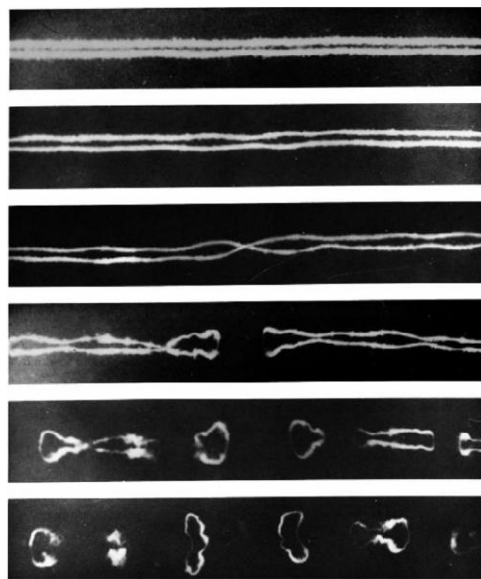


Рис. 2. Фото утворення та розпаду вихорового сліду літака В-47 [6]

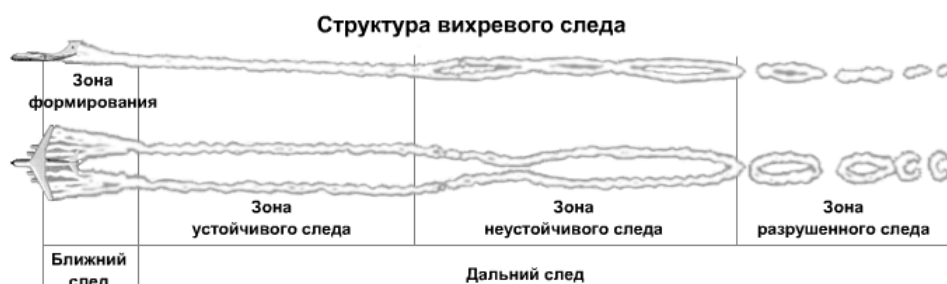


Рис. 3. Структура вихорового сліду літака [6]

Експериментальні дослідження утворення вихорових слідів та процесу їх розпаду викладено в низці досліджень. У праці [10] наведено результати лідарних замірів параметрів вихорів у сліді літака. Величина циркуляції вихорів залежить не тільки від вагових та геометричних параметрів літака, але й від сили атмосферної турбулентності (рис. 4). Тривалість вихору розраховують за формулою:

$$t_s/t_0 = c_1 \log_{10} \varepsilon + c_2,$$

де  $\varepsilon$  – швидкість дисипації енергії турбулентності;  $c_1 = -1,282$ ;  $c_2 = -1,676$ .

За результатами досліджень тривалість вихорового сліду ЛА складається з кількох фаз: фази повільного затухання та фази розпаду вихорової системи (рис. 3).

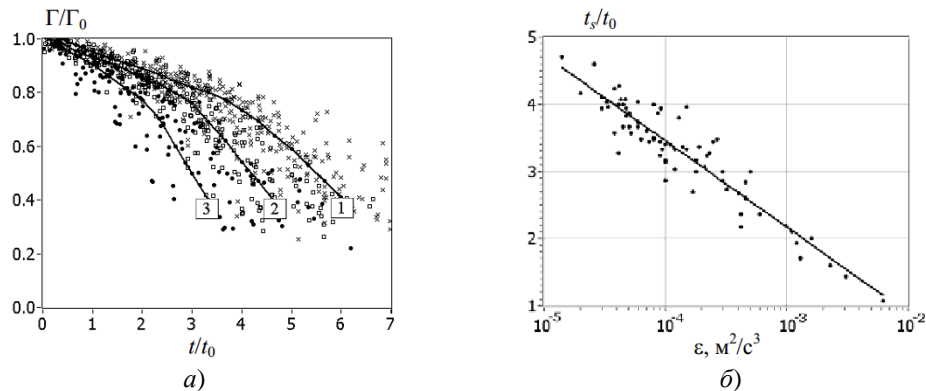


Рис. 4. Вплив стану атмосферної турбулентності на характеристики вихорового сліду [10], де а) – залежність циркуляції вихору від часу та стану турбулентності атмосфери від швидкості дисипації енергії турбулентності:

$$1-\varepsilon \in [5 \times 10^{-5}, 2 \times 10^{-4}] \text{ M}^2/\text{c}^3; 2-\varepsilon \in [2 \times 10^{-4}, 5 \times 10^{-4}] \text{ M}^2/\text{c}^3; 3-\varepsilon \in [5 \times 10^{-4}, 2 \times 10^{-3}] \text{ M}^2/\text{c}^3;$$

б) – залежність нормованої тривалості життя літакового вихору від швидкості дисипації енергії турбулентності.

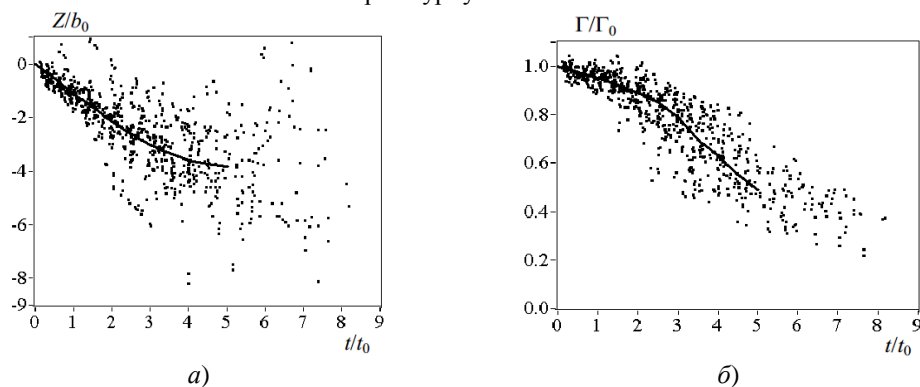


Рис. 5. Залежність вертикальної координати осі та циркуляції літакового вихору від часу [10], де а) – вертикальна координата осі літакового вихору; б) – циркуляції літакового вихору.

Дослідження показують, чим більший кут атаки, тим сильніша циркуляція вихорів джгутів. У центрі вихорового джгута повітря розріджується, переміщується від центру до периферії, внаслідок чого знижується температура.

Вихоровий слід літака являє собою турбулентну течію зі складною хвильовою динамікою, складовими якої є три види руху: поступальний, обертальний і деформаційний. У чистому вигляді ці течії трапляються досить рідко й лише у випадках, що ідеалізуються. Як правило, вони взаємозв'язані й утворюють складну інтерференцію у вигляді стійких конфігурацій. Найхарактерніший для турбулентної течії деформаційний рух – кручення потоку. Вихорові сліди літаків і є прикладом такої течії. Нині цей стан руху найменш вивчений.

Найдосконалішою математичною моделлю в'язкої стисливої течії є рівняння Нав'є–Стокса. Правомірність їх використання підтверджується численними дослідженнями [17–21]. Фундаментальною основою їх використання є те, що просторово-часові масштаби турбулентності значно переважають просторово-часові масштаби молекулярного руху. Турбулентні течії мають такі властивості: вихорова природа, нелінійність, континуальність, нерегулярність, тривимірність, високі числа Рейнольдса, дисипативність, дифузійність. З погляду теорії турбулентні течії – це відкрита нелінійна механічна система з великою кількістю ступенів свободи.

Для моделювання турбулентних течій найпоширеніші такі (рис. 6):

1. Пряме числове моделювання (Direct Numerical Simulation – DNS).
2. Метод великих вихорів (Large Eddy Simulation – LES).

3. Осереднені за Рейнольдсом рівняння Нав'є–Стокса (Reynolds-Averaged Navier–Stokes – RANS).

Метод DNS ґрунтується на числовому розв'язуванні системи рівнянь Нав'є–Стокса. Це дозволяє моделювати в загальному випадку рух в'язких стислих газів з урахуванням хімічних реакцій як ламінарних, так і турбулентних режимів. Не потребує додаткових рівнянь. Розв'язують нестационарні рівняння Нав'є–Стокса з дуже малим кроком у просторі та за часом.

За використання методу DNS розрізняють усі масштаби турбулентності. Це дозволяє розрахувати амплітудно-частотні та середні характеристики потоку через осереднення за досить великий проміжок часу. Використання DNS потребує потужних обчислювальних ресурсів. Нинішні можливості застосування DNS обмежуються простою геометрією фізичної області та невеликими числами Рейнольдса ( $Re = 10^3 \dots 10^4$ ).

Характерною особливістю течій, що розраховуються в межах DNS, є їхня просторова обмеженість з невеликими числами Рейнольдса. Враховуючи співвідношення між характерними масштабами енергомістких вихорів і вихорів, що розсіюють кінетичну енергію, отримують таку оцінку необхідної кількості вузлів різничевої сітки та числа кроків за часом [17]:

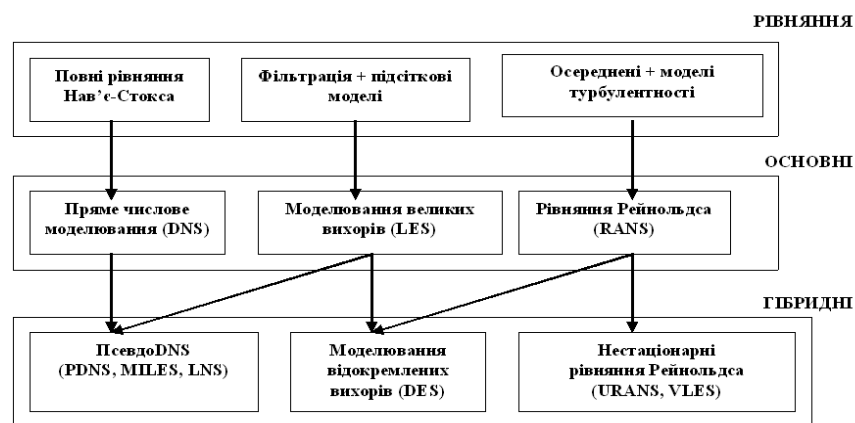


Рис. 6. Класифікація методів моделювання турбулентних течій

$$N_{\Delta i} \sim \frac{l}{l_k} \sim \text{Re}^{3/4}, \quad N_t \sim \frac{T}{\tau_k} \sim \text{Re}^{1/2},$$

де  $N_{\Delta i} = L_i / \Delta x_i$  – кількість вузлів різницевої сітки;  $N_{\Delta t} = T / \Delta t$  – число кроків за часом;  $L$  – розмір розрахункової області;  $T$  – інтервал інтегрування в часі;  $\Delta x$  – просторовий крок сітки;  $\Delta t$  – крок інтегрування за часом;  $l_k, \tau_k$  – характерні масштаби енергомістких вихорів.

Просторовий крок сітки та крок інтегрування в часі мають задовольняти такі умови:

$$\Delta x_i \sim l_k, \quad \Delta t \sim \tau_k.$$

Для оцінки можливості використання DNS розглянемо розрахункову область розміром  $0,1 \text{ м} \times 0,1 \text{ м} \times 0,1 \text{ м}$ . Вона містить вихори від 10 до 100 мкм, які відповідають частотам порядку  $10^3$  Гц. Крок за часом під час використання методу DNS – порядку 100 мкс. Їхня просторова сітка повинна мати від  $10^9$  до  $10^{12}$  вузлів. Для моделювання турбулентної течії в цій розрахунковій області необхідно використовувати комп'ютер, продуктивність якого переважає персональні комп'ютери в мільйон разів [17].

На думку Ф. Спаларта, широке використання DNS для розв'язування практичних задач стане можливим у кінці XXI ст. [19].

Метод великих вихорів (LES) займає проміжне місце між прямим числовим моделюванням та осередненими рівняннями Нав'є–Стокса.

Він ґрунтується на таких припущеннях:

1. Поле течії поділяється на рух великих та дрібних вихорів. Великі вихори розраховуються. Дрібномасштабна турбулентність вважається ізотропною й має універсальний характер.

2. Приймається гіпотеза про статичну незалежність великих й дрібних вихорів. Нелінійна взаємодія між великими й малими вихорами визначається через великі вихори з використанням підсіткових моделей.

У методі LES розв'язуються відфільтровані за простором рівняння Нав'є–Стокса і розрізняється рух тільки великих вихорів. Їхні розміри визначаються межовими умовами. Великомасштабні компоненти турбулентності утворюються із середньої течії шляхом подолання в'язких напружень. Дрібні вихори мають універсальнішу структуру та характеристики, які визначаються швидкістю дисипації кінетичної енергії та в'язкістю. Вони відносно слабо залежать від геометрії течії та зовнішніх умов. Їх моделюють за допомогою моделей підсіткового масштабу, побудованих на основі концепції вихорової в'язкості або інших наближень процесу перенесення. Для забезпечення розрізнення великих вихорових структур, що лежать за межами інерційного інтервалу, що задовольняє закон “п'яти третіх”, потрібно використовувати надто дрібні сітки. Для врахування впливу вихорів менших розмірів, ніж розмір розрахункової комірки, використовуються емпіричні співвідношення.

Найбільш використовуваними фільтрівними функціями є фільтри Гаусса, Фур'є, коробковий. З поширенням методу контрольних об'ємів фільтрація виконується через інтегрування диференціальних рівнянь, що за контрольними об'ємами різницевої сітки виражають закони збереження.

Порівняно з DNS LES потребує набагато менших ресурсів електронно-обчислювальних машин. Аналіз показує, що кількість вузлів для LES становить близько 5 % кількості вузлів, необхідних для використання DNS [17].

Основною проблемою LES залишається визначення похідних для розрізнення найдрібніших масштабів.

Підсітковим моделям, що використовуються в LES, властиві значна дифузія та дисипація. Це дозволяє уникнути значних обчислювальних труднощів, необхідних для стійкості розрахунку.

---

Нині перевірено ефективність використання в методі LES значної кількості підсіткових моделей, межових умов, скінченно-різницевої схем [17–20], вибір яких досі лишається проблемним. Розробка універсальних пристінних функцій для постановки межових умов дозволила б за допомогою LES розраховувати складні течії з малими відривними зонами та точками переходу. Метод LES обмежується дослідженням течій у масштабах, що не перевищують ширини фільтра.

Наразі найпоширенішим підходом моделювання турбулентних течій залишається напівемпірична теорія турбулентності. Для розрахунку стаціонарних і слабостаціонарних течій розроблено напівемпіричні моделі турбулентності. Їх калібрування обмежується вибором емпіричних констант для тонких зсувних шарів. Напівемпірична теорія турбулентності застосовується для розв'язування осереднених за Рейнольдсом рівнянь Нав'є–Стокса. Метод RANS дозволяє відтворювати тільки середні значення скалярних та векторних параметрів течії. Застосування RANS визначається рівнем замикання осереднених рівнянь. Питання замикання осереднених за Рейнольдсом рівнянь Нав'є–Стокса вирішують залежно від поставленого конкретного завдання, необхідної точності розв'язання, ресурсів ЕОМ, часових затрат та обмежень.

Разом із методами LES та RANS використовується й моделювання з обмеженим та комбінованим використанням підсіткових моделей. Це псевдо- або квазіпряме числове моделювання (PDNS, QDNS), монотонне моделювання великих вихорів (Monotonically Integrated Large Eddy Simulation – MILES), неявний LES (Implicit Large Eddy Simulation – ILES). Ці методи, не зважаючи на їхню обчислювальну ефективність, все ж не мають належного фізичного обґрунтування [17].

Досвід застосування методу нестационарних рівнянь Нав'є–Стокса (Unsteady Reynolds-Averaged Navier–Stokes – URANS) виявив низку суперечностей, оскільки традиційні моделі турбулентності калібруються за осередненими в часі характеристиками течії. Моделювання зовнішнього обтікання значних відривних зон із квазіперіодичними режимами течії за допомогою методу URANS вдасться якісно описати фізичний процес та відповідні фізичному експерименту кількісні параметри течії. У більшості інших випадків розрахунки методом URANS не дають достатніх результатів [17]. Залишаються відкритими питання меж його застосування.

Розв'язування осереднених за Рейнольдсом рівнянь Нав'є–Стокса, замкнених за допомогою напівемпіричної моделі турбулентності, неефективні в моделюванні турбулентних течій із нестационарними вихоровими структурами, властивості яких залежать від межових умов та геометричних характеристик течії.

**Висновки.** Прогнозування динаміки вихорових слідів потребує:

- детальних досліджень фізичних процесів вихороутворення, стійкої вихорової течії, втрати стійкості та розпаду;
- вивчення турбулентних процесів та розробки методів їх опису;
- побудови математичних моделей динаміки вихорових слідів з урахуванням усіх особливостей їх формування, втрати стійкості, розпаду та згасання;
- розробки відповідних алгоритмів розрахунку динаміки вихорових слідів;
- створення систем штучного інтелекту прогнозування динаміки вихорових слідів.

#### Література

1. Актуальные аспекты создания глобальной системы вихревой безопасности полетов // Ассамблея ИКАО – 37-я сессия. Техническая комиссия – A37-WP/268-2010.
2. Системы обеспечения вихревой безопасности полетов летательных аппаратов / [В. И. Бабкин, А. С. Белоцерковский, Л. И. Турчак и др.]. – М. : Наука, 2008. – 372 с.

- 
3. Вышинский В. В. Вихревой след самолёта и вопросы безопасности полетов / В. В. Вышинский, Г. Г. Судаков // Труды МФТИ. – Т. 1. – 2009. – № 3. – С. 73–93.
  4. Вышинский В. В. Физические модели, численные и экспериментальные исследования аспектов авиационной экологии и безопасности полётов / В. В. Вышинский, А. Л. Стасенко // Труды МФТИ. – Т. 1. – 2009. – № 3. – С. 23–39.
  5. Гиневский А. С. Вихревые следы самолетов / А. С. Гиневский, А. И. Желанников. – М. : Физматлит, 2008. – 172 с.
  6. Crow S. C. Aircraft Wake Turbulence and Its Detection / S. C. Crow, 1971. – P. 551–582.
  7. Crow S. C. Lifespan of trailing vortices in a turbulent atmosphere / S. C. Crow, E. R. Bate // Journal of Aircraft. – 1976. – Vol. 13. – P. 476–482.
  8. Gerz T. Commercial aircraft wake vortices / T. Gerz, F. Holzapfel, D. Darracq // Progress in Aerospace Sciences. – 2002. – Vol. 38. – P. 181–208.
  9. Gupta M. Investigation of Active Control of Aircraft Wing Tip Vortices and Wake Turbulence / M. Gupta // A thesis submitted to the Graduate Faculty of Auburn University in partial fulfillment of the requirements for the Degree of Master of Science-Auburn. – Alabama. – December 12, 2011. – 132 p.
  10. Смалихо И. Н. Ветровое зондирование когерентными доплеровскими лидарами : автореф. дисс. на соиск. учен. степ. д. ф.-м. наук / И. Н. Смалихо. – Томск, 2011. – 39 с.
  11. Золотухин В. В. Некоторые актуальные задачи управления воздушным движением / В. В. Золотухин, В. К. Исаев, Б. Х. Давидсон // Труды МФТИ. – Т. 1. – 2009. – № 3. – С. 94–114.
  12. Влияние вихревого следа на динамику полета пассажирского самолета / В. А. Ярошевский, А. В. Бобылев, А. М. Гайфуллин, Ю. Н. Свириденко // Полет. – 2009. – С. 93–99 (вып. ЦАГИ-90).
  13. Вышинский В. В. Моделирование струйно-вихревого следа тяжелого лайнера над аэродромом / В. В. Вышинский, А. Л. Стасенко // Математическое моделирование. – Т. 15. – 2003. – № 11. – С. 69–90.
  14. Желанников А. И. Оперативные методы расчёта характеристик вихревого следа за самолетами / А. И. Желанников // Вісник Харківського національного університету. Серія “Математичне моделювання. Інформаційні технології. Автоматизовані системи управління”. – 2009. – № 847. – С. 184–190.
  15. Аубакиров Т. О. Методика и результаты расчета вихревого следа за самолетами / Т. О. Аубакиров, А. И. Желанников, А. Н. Шкаплеров // Научный вестник МГТУ ГА. – 2012. – № 177. – С. 20–23.
  16. Мелешко В. В. Динамика вихревых структур / В. В. Мелешко, М. Ю. Константинов. – К. : Наукова думка, 1993. – 282 с.
  17. Волков К. Н. Моделирование крупных вихрей в расчетах турбулентных течений / К. Н. Волков, В. Н. Емельянов. – М. : Физматлит, 2008. – 368 с.
  18. Белоцерковский О. М. Численное моделирование в механике сплошных сред / Белоцерковский О. М. – М. : Физматлит, 1994. – 448 с.
  19. Spalart P. R. Strategies for turbulence modeling and simulation / P. R. Spalart // International Journal of Heat and Fluid Flow. – 2000. – V. 21. – No. 3. – P. 252–263.
  20. Detached-eddy simulation past a circular cylinder / A. Travin, M. Shur, M. Strelets, P. Spalart // Flow, Turbulence and Combustion. – 1999. – V. 63. – No. 1–4. – P. 293–313.
  21. Numerical modeling studies of wake vortices: real case simulation / S. Shen, F. Ding, J. Han etc. // AIAA Paper. – 1999. – No. 755.