

Висновки. Використання передових інформаційних технологій для забезпечення оперативного і кваліфікованого реагування на події – це основи захисту інтересів держави. Сучасний стан проблеми свідчить, що автоматизація документообігу в митних органах потребує вдосконалення. Для цього слід розробити та впровадити автоматизовану систему оперативного інформаційного обміну. Ми проаналізували проблему організації оперативного автоматизованого інформаційного обміну та визначили основні вимоги до автоматизованої системи документообігу, а також розглянули питання пошуку та класифікації документів як складової частини інформаційної технології обробки митних документів. З'ясували застосування методів латентно-семантичного аналізу до митних документів. Проведений аналіз має практичну цінність під час розробки автоматизованих систем класифікації та обробки документів у митній справі.

Література

1. Деркач Л. В. Українська митниця: вчора, сьогодні, завтра / Деркач Л. В. – К. : Державна митна служба України, 2000. – 542 с.
2. Величківич М. Б. Електронний документообіг, тенденції та перспективи / М. Б. Величківич, Н. В. Мітрофан, Н. Е. Кунанець // Вісник Національного університету “Львівська політехніка”. Інформаційні системи та мережі. – 2010. – № 689. – С. 44–54.
3. Матвієнко О. Основи організації електронного документообігу / О. Матвієнко, М. Цивін. – К. : Центр учбової літератури, 2008. – 112 с.
4. Кураленок И. Автоматическая классификация документов на основе латентно-семантического анализа / И. Кураленок, И. Некрестьянов // Научные труды Донецкого национального технического университета. Серия: Информатика, кибернетика и вычислительная техника (ИКВТ-2006). – 2006. – Вып. 25. – С. 324–335.



УДК 658.51:519.8

К. А. Кузнецов, кандидат физико-математических наук, доцент кафедры математического обеспечения ЭВМ Днепропетровского национального университета имени Олеся Гончара
В. А. Громов, кандидат физико-математических наук, доцент кафедры вычислительной математики и математической кибернетики Днепропетровского национального университета имени Олеся Гончара

СИСТЕМНЫЙ АНАЛИЗ И МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ РАБОТЫ ДИСТРИБЬЮТОРСКОЙ КОМПАНИИ

Представлены результаты системного анализа работы дистрибьюторской компании. Установлены значимые факторы, определяющие прибыльность компании. Составлена математическая модель работы торговых агентов и процесса доставки товаров клиентам. Модель представляет собой многокритериальную задачу оптимизации, допускающую естественную свертку.

Подано результати системного аналізу роботи дистриб'юторської компанії. Встановлено найголовніші чинники, що визначають прибутковість компанії. Складено математичну модель роботи торговельних агентів і процесу постачання товарів клієнтам. Модель являє собою багатокритеріальну задачу оптимізації, що допускає природну згортку.

© К. А. Кузнецов, В. А. Громов, 2013

Operation of a large distribution company was thoroughly analyzed and modeled. The most significant factors are revealed in order to influence company profitability. Mathematical model for commercial agents functioning and goods delivery service are presented. The model is a multicriteria optimization problem with natural convolution.

Ключевые слова. Системный анализ, маршрутизация транспортных средств, целочисленное программирование.

Введение. Эффективность работы крупной дистрибьюторской компании определяется степенью оптимальности решения следующих задач исследования операций. Согласно [1] эти факторы можно ранжировать в порядке убывания важности следующим образом:

- управление запасами;
- транспортная логистика;
- складская логистика;
- оптимизация работы торговых агентов.

Настоящая работа посвящена решению задачи сокращения расходов компании на оплату труда агентов и доставку товаров потребителю. Агрессивная конкурентная среда побуждает компанию к маркетинговой политике, которая предусматривает личный контакт сотрудников компании (далее – торговых агентов) с представителями торговых предприятий (торговых точек), непосредственно осуществляющих продажу товаров.

Такая стратегия компании побуждает менеджмент к оптимальной организации работы торговых агентов, которая заключается в выделении зон ответственности, составлении расписаний, построении маршрутов их движения. С математической точки зрения здесь возникают задачи кластеризации, теории составления расписаний и маршрутизации движения транспортных средств. Многообразие ситуаций, встречающихся при решении подобных практических задач исследования операций по всему миру, приводит к различным сочетаниям задач указанных классов во всевозможных постановках.

В работе [2], посвященной своевременной доставке скоропортящегося товара потребителям на рынке сельскохозяйственной продукции Республики Словении, возникает задача маршрутизации транспортных средств с временными окнами и меняющейся во времени матрицей расстояний (VRPTWTD). В указанной работе понятие “срока годности” имплементировано в математическую постановку; для отыскания решения был предложен эвристический подход, основанный на методе поиска с запретами. Исследование [3] посвящено оптимизации работы крупной греческой дистрибьюторской компании, специализирующейся на мясе и мясопродуктах. Особенностью деятельности компании является наличие нескольких складов, из которых осуществляется доставка товаров по мясным лавкам в окрестностях Афин. Математически задача была сформулирована как открытая задача маршрутизации транспортных средств с несколькими точками старта (OMDVRP), и для ее решения предложена модификация метода детерминированного отжига.

Результаты системного анализа сахарной промышленности Австралийского Союза обсуждаются в [4]. Производимый на австралийских заводах сахар различных видов экспортируется потребителям из различных стран через сеть портов. Рассматриваемая в работе задача заключается в определении оптимальных планов производства и транспортировки для каждого сахарного завода. В математической формулировке задача представляет собой смешанное целочисленное программирование с возможным изменением исходных данных, что связано с изменением на рынке сахара-сырца. Суммарные расходы, минимизируемые в задаче, состоят из расходов на производство сахара и его транспортировку в порты. Для отыскания решения авторы использовали две метаэвристики, основанные на локальном поиске.

Для рассмотренных выше задач экономическая эффективность существенно зависит от качества решения задачи доставки товаров потребителю, которая математически формулируется как задача маршрутизации транспортных средств (VRP) в той или иной постановке.

Сочетание задач маршрутизации с задачами составления расписаний зачастую приводит к периодическим задачам маршрутизации транспортных средств (PVRP). Особенностью периодических задач является наличие требуемой частоты посещения каждого потребителя в пределах горизонта планирования. Работа [5] посвящена оптимизации деятельности бельгийской компании, осуществляющей еженедельный сбор мусора из мясокомбинатов, мясных лавок и супермаркетов. Для формализации периодичности решений нами использовалось понятие сценария посещения клиента, которое может распространяться далеко за пределами рассмотренного в приложениях. В статье также содержится обзор постановок, приложений и методов решений периодических задач маршрутизации.

Решение задачи маршрутизации с неравномерным распределением потребителей позволяет построить эвристические методы решения, основанные на предварительной кластеризации. Такие задачи получили название кластерных задач маршрутизации (Clustered VRP). В исследовании [6] предложена эвристика, позволяющая приближенно решить задачу за полиномиальное время $O(n^{2.2})$. Эвристика состоит из трех последовательных этапов: предварительное построение кластеров, их тонкая настройка и отыскание маршрутов. Два первых этапа базируются на определении геометрических центров кластеров.

Другой пример успешного решения кластерных задач маршрутизации приведен в [7], где рассматривается оптимизация работы крупнейшей в Северной Америке мусоросборочной компании Waste Management. Задача сводится к решению VRPTW с возможностью многократного посещения клиента. Общее количество клиентов, обслуживаемых компанией, достигает 26 000. Ключевым моментом при нахождении решения для такого значительного объема данных является их эффективное разделение на кластеры, что приводит к минимальному перекрытию маршрутов. Для выделения кластеров была применена модификация алгоритма k -средних с последующим улучшением полученных кластеров с целью недопущения пересечения их выпуклых оболочек.

Несмотря на разнообразие постановок и методов решения, в каждом из вышеупомянутых случаев был достигнут существенный экономический эффект, что позволяет надеяться на результативность применения моделей и методов исследования операций и в случае, рассмотренном в настоящей статье.

Подчеркнем, что во всех упомянутых выше трудах для поиска решения использовалась та или иная эвристика. Это обстоятельство не является случайностью, что связано с вычислительной сложностью решения задач данного класса для реальных размерностей.

Постановка задачи. Цель – построение математической модели задачи управления торговыми сегментами. Общее количество торговых точек, обслуживаемых компанией на момент решения задачи, представленной в настоящей статье, равнялось 756. Большинство торговых точек сети расположено в границах г. Днепропетровска, однако имеется некоторое количество точек в других населенных пунктах Днепропетровской области. Максимальное расстояние от центрального склада компании до торговой точки составляет ~140 км. На рис. 1а представлено распределение точек по области, а на рис. 1б – в границах города. Маркером отмечено расположение центрального склада компании.

Распределение торговых точек в границах города и вне их качественно различается: торговые точки вне города образуют естественные кластеры, в то время как торговые точки внутри городских границ размещены весьма равномерно.

Компания работает с товарами пяти различных групп: к первой группе относятся кондитерские изделия, ко второй – ликеро-водочные, к третьей – бытовая химия, к четвертой – товары для детей, к пятой – галантерея. Количество точек, в которых представлены товары соответствующих групп, приведено в табл. 1, где указано общее число торговых точек сети, а также количество точек, в которых представлены товары всех групп.

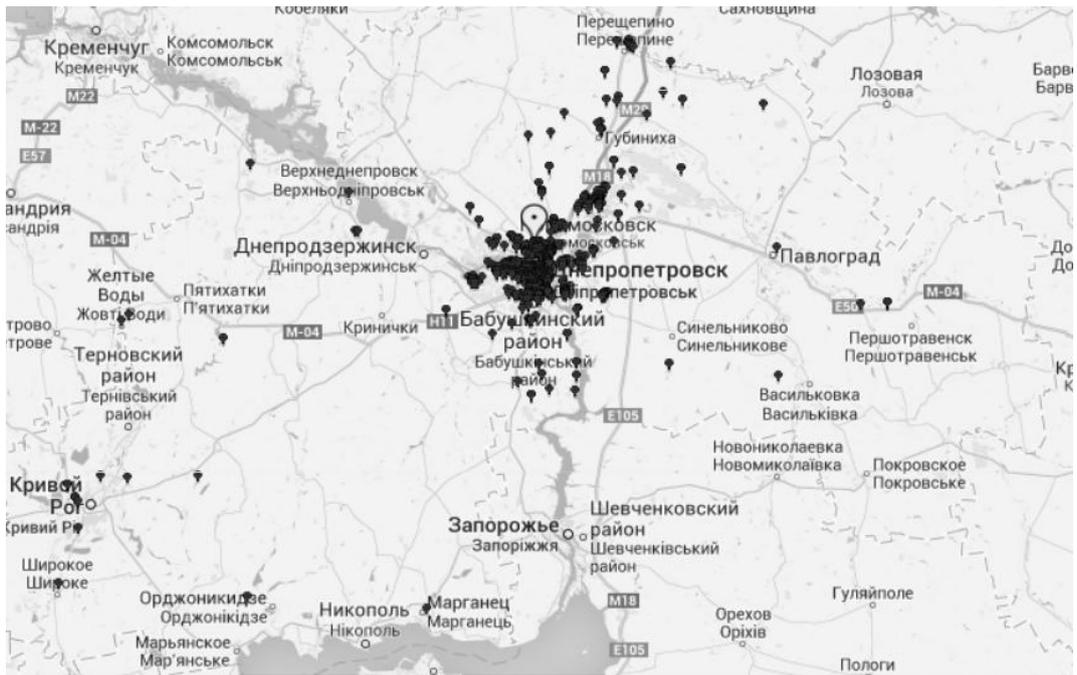


Рис. 1а. Распределение торговых точек по области

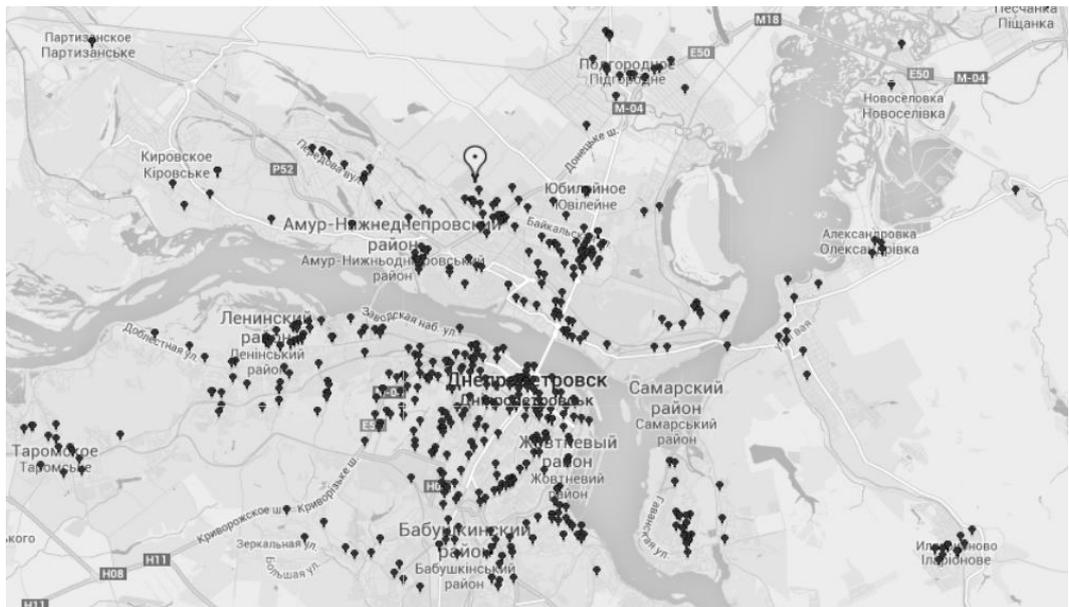


Рис. 1б. Распределение торговых точек в границах города

Таблица 1

Группа 1	Группа 2	Группа 3	Группа 4	Группа 5	Всего	Представлены все группы товаров
756	674	595	608	422	846	416

Наличие товаров всех групп характерно для супермаркетов, в то время как малые торговые точки могут работать только с одной или несколькими группами. Разделение товаров на группы обуславливает существование нескольких групп агентов, каждая из которых работает только с товарами своей группы.

Агенты обходят торговые точки, продвигая товары своей группы. Личный контакт агента с персоналом торговой точки является существенным фактором эффективных продаж. Этим объясняется то, что политика компании предусматривает следующее: каждая торговая точка должна посещаться только одним агентом из каждой группы. Опыт работы с клиентами также показал целесообразность посещения торговой точки агентами по одним и тем же дням недели. При этом требуемое количество посещений торговой точки в месяц (далее – частота посещений) определяется администрацией данной точки, а конкретные дни посещения торговой точки агентами (далее – сценарии посещения) подлежат определению. В табл. 2 приведено распределение числа торговых точек по частотам посещений для каждой из групп товаров.

Таблица 2

Частота посещений в месяц	Количество торговых точек по группам товаров				
	1	2	3	4	5
2	4	3	3	4	1
4	695	618	537	551	389
8	57	53	55	53	32
Всего	756	674	595	608	422

Посещение торговой точки должно осуществляться во временные интервалы, определяемые администрацией торговой точки; если агент прибывает в торговую точку до начала заданного интервала, то вынужденно ожидает времени начала интервала. Пребывание агента в торговой точке считается равным 15 минутам. Дневной маршрут агента начинается и заканчивается на складе компании. Рабочее время агента не должно превышать 8 часов в день. Движение агента по маршруту осуществляется с использованием автотранспортных средств компании, при этом скорость движения агентов считается постоянной и равной 28 км/ч для городских маршрутов и 45 км/ч для маршрутов по области, что позволяет получить матрицу времени движения между любыми точками торговой сети.

Результатом посещения агентом торговой точки является заявка магазина на поставку товара с указанием его количества. Поставка осуществляется со склада компании на следующий день автотранспортом, принадлежащим компании, или арендованным (в случае необходимости). Компания обладает парком из 5 грузовых автомобилей ГАЗ 3309 вместимостью 4500 кг каждый. Предполагается, что доставка товаров различных групп может осуществляться с помощью одного и того же автомобиля без всяких ограничений на их совместимость.

Сокращение расходов компании, что является основной целью статьи, может быть достигнуто следующими способами:

- уменьшением числа агентов;
- оптимизацией дневного маршрута агента;
- минимизацией общих транспортных расходов на доставку товаров;
- уменьшением количества арендуемых транспортных средств.

Уменьшение числа агентов может быть достигнуто путем назначения каждому агенту для работы максимально компактного множества торговых точек. Это соответствует существующей конвенции среди торговых агентов компании, которая предусматривает выделение каждому агенту определенного района. Оптимизация дневного маршрута агента заключается в определении наилучшего порядка обхода торговых точек с учетом ограничений, накладываемых допустимыми интервалами посещения и максимальным суточным временем работы агента. Последние два фактора, определяющие возможное сокращение расходов компании, зависят от оптимальности маршрутов транспортных средств компании, осуществляющих доставку товаров. При этом практика работы компании показала целесообразность завоза товаров различных групп, заказанных одной торговой точкой, в один день одним и тем же транспортным средством, а также выравнивание суммарных объемов доставляемых товаров по дням недели. Это станет возможным в том случае, когда агенты различных групп будут посещать торговую точку в один и тот же день недели.

Результаты исследования. В результате исследования была построена математическая модель. Для описания математической модели введем следующие обозначения. Пусть $I = \{1, \dots, M\}$ – множество индексов групп товаров и соответствующих групп агентов. Представим торговую сеть в виде графа $G = (V, A)$, где множество вершин соответствует посещаемым торговым точкам, множество ребер – маршрутам между ними. $V = \{0, 1, \dots, N\}$, где N – общее количество торговых точек сети, а 0-я вершина соответствует точке старта и финиша агентов – складу компании. Ребро между i -й и j -й вершинами графа G характеризуется временем пути t_{ij} , а также стоимостями s_{ij}^a (для передвижения агентов на легковых автомобилях) и s_{ij}^b (для развозки товаров на грузовых автомобилях), пропорциональными расстоянию между данными торговыми точками.

Обозначим через $V_j \subseteq V, j = \overline{1, M}$ – множество индексов торговых точек, в которых представлены товары j -й группы. $\bigcup_{j=1}^M V_j = V, 0 \in V_j, \forall j = \overline{1, M}$.

Горизонт планирования определим в T дней (в работе рассматривался горизонт $T = 20$ рабочих дней, что эквивалентно 4 неделям по 5 рабочих дней в каждой). Для каждой торговой точки известна требуемая частота посещений агентами каждой группы в пределах заданного горизонта планирования T .

Обозначим вектор требуемых частот посещений i -й торговой точки агентами различных групп через $f^i = f_1^i, f_2^i, \dots, f_M^i$. Значение $f_j^i = 0 \Leftrightarrow i \notin V_j$ и, следовательно, агенты j -й группы не посещают данную точку. Значение $f_j^i = 2$ означает, что i -я торговая точка посещается агентом j -й группы два раза в месяц (каждые две недели), $f_j^i = 4$ – раз в неделю, $f_j^i = 8$ – два раза в неделю и при этом между двумя последовательными посещениями должно пройти не менее двух календарных дней.

Формализацией вышеуказанных требований к посещению торговых точек является понятие сценария посещения. Каждая торговая точка должна посещаться в соответствии со сценарием $c \in C$, где C – множество номеров допустимых сценариев. Сценарий представляет

собой подмножество множества $\Psi = 1, \dots, T$, характеризующее дни посещения данной торговой точки этим агентом. Для описания множества C целесообразно ввести матрицу SC размерами $|C| \times T$, где

$$SC_{it} = \begin{cases} 1, & t\text{-й день входит в } j\text{-й сценарий} \\ 0, & \text{otherwise.} \end{cases}$$

Таким образом, для каждой торговой точки формируется вектор сценариев $c^i = c_1^i, c_2^i, \dots, c_M^i$ с естественным условием $|c_j^i| = f_j^i, i = \overline{1, N}, j = \overline{1, M}$.

Возможность посещения i -й торговой точки ограничена двухинтервальным временным окном:

$$[a_1^i, b_1^i] \cup [a_2^i, b_2^i], \quad 0 \leq a_1^i \leq b_1^i \leq a_2^i \leq b_2^i \leq 1440, \quad 0 \leq a_1^0 = b_2^0 \leq a_1^0 = b_2^0 \leq 1440.$$

Здесь и далее время измеряется в минутах, прошедших с начала суток. Обозначим через η время пребывания агента в торговой точке. Указанная величина одинаковая для всех торговых точек.

Еще одной характеристикой i -й торговой точки является вектор величин заказов товаров различных групп $w^i = (w_1^i, w_2^i, \dots, w_M^i)$. В качестве компонент w_j^i принимаются полученные из опыта средние величины заказов по j -й группе товаров. Суммарный заказ торговой точки по всем торговым группам обозначен как

$$d_i = \sum_{j=1}^M w_j^i.$$

Следует подчеркнуть, что вектора w^i используются только на этапе составления оптимальных расписаний для агентов, так как реальные заказы торговых точек могут отличаться и отличаются от оценочных. Соответственно, для получения оптимальных маршрутов движения транспортных средств необходимо ежедневно решать задачу оптимальной маршрутизации с временными окнами (VRPTW), исходя из реальных объемов заказов.

Пусть k_j – количество агентов j -й торговой группы, а s_j – размер оплаты агента за рассматриваемый период T .

Неизвестные задачи. Для формулировки задачи рассмотрим следующие неизвестные бинарные величины:

$$x_{ijk} = \begin{cases} 1, & i\text{-я торговая точка посещается } k\text{-м агентом } j\text{-й группы} \\ 0, & \text{otherwise} \end{cases}, \quad i \in V, j \in I, k = \overline{1, k_j}$$

$$y_{ijs} = \begin{cases} 1, & i\text{-я торговая точка посещается агентом } j\text{-й группы по } s\text{-му сценарию} \\ 0, & \text{otherwise} \end{cases}, \quad i \in V, j \in I, s \in C$$

Здесь возникают следующие естественные ограничения:

$$\sum_{k=1}^{k_j} x_{ijk} = \begin{cases} 1, & i \in V_j \\ 0, & i \notin V_j \end{cases}, \quad j \in I, i \in V. \quad (1)$$

$$\sum_{s=1}^{|C|} y_{ijs} = 1, \quad i \in V, j \in I. \quad (2)$$

$$\sum_{t=1}^T SC_{s^*t} = f_j^i, \quad (3)$$

где $y_{ijs^*} = 1, i \in V, j \in I$.

Условие (1) гарантирует, что каждая торговая точка посещается одним и только одним агентом группы, если товары данной группы представлены в соответствующей точке. Условие (2) обеспечивает единственность сценария посещения торговой точки. Ограничение (3) обеспечивает посещение торговых точек с заданными частотами.

С использованием введенных выше переменных множество торговых точек, посещаемых k -м агентом j -й группы в t -й день месяца, может быть определено как:

$$V_{jkt} = \{i \in V : x_{ijk} \cdot y_{ijs} \cdot SC_{st} = 1, j \in I, k = \overline{1, k_j}, t = \overline{1, T}\}.$$

Обозначим через τ_{jkt} минимальное время движения агента в минутах по маршруту, составленному из всех точек множества V_{jkt} , начинающемуся и заканчивающемуся в точке 0, полученному с учетом времени движения между точками t , времени обслуживания точек η и возможного времени ожидания открытия временного окна; σ_{jkt} – стоимость затрат на движение агента по соответствующему маршруту.

$$\tau_{jkt} \leq 480, j \in I, k = \overline{1, k_j}, t = \overline{1, T}. \quad (4)$$

Неравенства (4) ограничивают время работы агента в сутки. Множества

$$V_{jt} = \bigcup_{k=1}^{k_j} V_{jkt}, j \in I, t = \overline{1, T}$$

состоят из точек, посещаемых агентами j -й группы в t -й день. Семейство множеств $V_{jt}, j \in I$ определяют торговые точки, в которые должна быть осуществлена поставка товара на следующий $t + 1$ день. Соответственно, оценка общего количества товара, доставляемого в $t + 1$ день, описывается выражением:

$$\gamma_{t+1} = \sum_{j=1}^M \sum_{i \in V_{jt}} w_j^i.$$

Обозначив через L грузоподъемность одного грузовика, через P – количество принадлежащих компании грузовиков, через r – стоимость аренды одного грузовика в день, можно получить оценку требуемого количества грузовиков в $t + 1$ день $P_{t+1} = \left\lceil \frac{\gamma_{t+1}}{L} \right\rceil$, а также оценку количества грузовиков, которые необходимо арендовать компании в $t + 1$ день: $\max \{P_{t+1} - P, 0\}$.

Множество

$$V_{t+1} = \bigcup_{j \in I} V_{jt}, t = \overline{1, T} \quad (5)$$

описывает торговые точки, в которые необходимо завезти товары в $t + 1$ день месяца. Решение

задачи маршрутизации транспортных средств на множестве V_{t+1} определяет θ_{t+1} – затраты компании на доставку товаров в $t + 1$ день месяца. Метод решения данной задачи представлен в следующем разделе.

В указанных обозначениях целевая функция задачи может быть представлена следующим образом

$$I = I_1 + I_2 + I_3 + I_4, \quad (6)$$

где $I_1 = \sum_{j=1}^M k_j s_j$ – затраты компании на оплату труда агентов всех торговых групп;

$I_2 = \sum_{j=1}^M \sum_{k=1}^{k_j} \sum_{t=1}^T \sigma_{jkt}$ – затраты компании на движение агентов по маршрутам;

$I_3 = r \times \sum_{t=1}^T \max(p_{t+1} - P, 0)$ – затраты на аренду транспортных средств;

$I_4 = \sum_{t=2}^{T+1} \theta_t$ – затраты на доставку товаров в торговые точки.

Поскольку все слагаемые целевой функции имеют финансовую природу, то их свертка в единый критерий (6) корректна. Таким образом, рассматриваемая задача формулируется как $\min I$ (6) при ограничениях (1)–(4).

Отметим, что решение задачи дает расписание работы агентов на T -дней вперед и построенное расписание не пересматривается в течение этого срока. Соответственно, значения слагаемых I_3 и I_4 вынужденно носят оценочный характер (значения зависят от величин w_j^i). Реальные величины заказов, получаемые агентами от администрации торговых точек, приводят к корректировке исходных данных для задачи маршрутизации транспортных средств, и указанная задача с актуальными данными решается ежедневно в постановке

$$\min \theta_t, 1 \leq t \leq T.$$

Построение дневного маршрута агента. Задача отыскания оптимального маршрута агента на заданном множестве торговых точек представляет собой задачу коммивояжера с несколькими временными окнами (TSPMTW). Воспользуемся постановкой, приведенной в [5]. Обозначим через $V = \{1, \dots, n\}$ множество точек, обслуживаемых одним агентом в течение одного дня. В качестве множества V будут выступать перенумерованные элементы множества Λ_{jkt} .

Дополним множество V точкой старта 0 (склад компании) и обозначим расширенное множество как V^0 . Для каждой пары точек i и j известна стоимость пути c_{ij} , определяемая расходом топлива транспортного средства агента и время движения t_{ij} . Данные величины могут быть легко получены из исходных данных задачи. Каждая точка характеризуется двухинтервальным временным окном $[a_1^i, b_1^i] \cup [a_2^i, b_2^i]$ и временем пребывания в ней агента η .

Неизвестными в рассматриваемой задаче являются бинарная матрица $Z = \langle z_{ij}, i, j \in V^0 \rangle$, для которой $z_{ij} = 1$, если i -я точка в маршруте непосредственно предшествует j -й, а также целочисленный вектор $T = \langle t_i, i = \overline{0, n+1} \rangle$, элементы которого определяют момент прибытия агента в i -ю точку. Элемент T_{n+1} определяет момент возвращения агента на склад.

В указанных обозначениях задача может быть сформулирована следующим образом. Целевая функция

$$\min \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n c_{ij} z_{ij}$$

минимизирует общую стоимость маршрута. Следующие ограничения

$$\begin{aligned} \sum_{i=1}^n z_{ij} &= 1, \quad \forall j \in V^o \\ \sum_{j=1}^n z_{ij} &= 1 \quad \forall i \in V^o \\ z_{ij} &\in \{0, 1\} \quad \forall i, j \in V^o \end{aligned}$$

гарантируют, что каждая торговая точка будет посещаться в точности один раз. Следующая группа ограничений исключает появление циклов, включающих в себя не все элементы множества V^o

$$\sum_{i \in W} \sum_{j \in W} z_{ij} \geq 1, \quad \forall W \subset V^o$$

$$\sum_{i \in W} \sum_{j \in W} z_{ij} \leq |W| - 1, \quad \forall W \subset V^o.$$

Ограничения на время посещения торговых точек формализуются как

$$a_1^i \leq T_i \leq b_1^i \vee a_2^i \leq T_i \leq b_2^i$$

$$z_{ij} = 1 \Rightarrow T_i + \eta + t_{ij} \leq T_j.$$

Задача маршрутизации транспортных средств (CVRP). Для вычисления значения слагаемого I_4 в выражении для целевой функции (6) необходимо построение оптимальных маршрутов движения транспортных средств с ограничениями на их вместимость (*capacity-vehicle routing problem, CVRP*).

Исходными данными для задачи служат множество V_{t+1} (торговые точки, в которые необходимо завезти товары в $t + 1$ день месяца), а также суммарные объемы заказов $d_i, i \in V_{t+1}$ торговых точек указанного множества. Известными также считаются стоимость движения между точками маршрута $s_{ij}^b, i, j \in V_{t+1}$, количество используемых грузовых автомобилей p_{t+1} и их вместимость L .

Решение задачи состоит в нахождении разбиения множества V_{t+1} на p_{t+1} маршрутов $R_1, \dots, R_{p_{t+1}}$, каждый из которых удовлетворяет ограничению $\sum_{j \in R_i} d_j \leq L$, и отыскании соответствующей перестановки α_i , определяющей порядок движения по маршруту.

Такая постановка задачи подразумевает наличие полносвязного неориентированного графа с вершинами V_{t+1} и ребрами со стоимостью s_{ij}^b . Искомое решение представляет собой объединение p_{t+1} циклов с единственной точкой пересечения – складом компании. Каждый цикл соответствует маршруту некоторого грузового автомобиля. Поставив в соответствие каждому ребру указанного графа некоторую бинарную переменную z_e , мы можем сформулировать

рассматриваемую задачу как следующую задачу целочисленного программирования:

$$\begin{aligned} \min \sum_{i=0}^{|V_{t+1}|} \sum_{j \neq i} s_{ij}^b z_{ij} \\ \sum_{i=1}^{|V_{t+1}|} z_{0i} = \sum_{i=1}^{|V_{t+1}|} z_{i0} = p_{t+1} \\ \sum_{i=1}^{|V_{t+1}|} z_{ij} = \sum_{i=1}^{|V_{t+1}|} z_{ji} = 1, \forall j \in V_{t+1} \setminus 0 \\ \sum_{i \in S} \sum_{j \notin S} z_{ij} \geq 2 \left\lceil \frac{1}{L} \sum_{i \in S} d_i \right\rceil, \forall S \subset V_{t+1} \setminus 0 . \end{aligned}$$

Первые два ограничения гарантируют единственность посещения для всех торговых точек множества V_{t+1} . Последнее ограничение представляет собой обобщение условия в задаче коммивояжера, не допускающего появления неполных замкнутых циклов. Это условие также гарантирует, что суммарные требования торговых точек маршрута не превышают вместимость грузовика.

Выводы. В результате системного анализа работы дистрибьюторской компании установлены значимые факторы, определяющие прибыльность компании, а именно: движение агентов по маршрутам, затраты компании на оплату труда агентов, аренду транспортных средств и доставку товаров в торговые точки.

Составлена математическая модель работы торговых агентов и процесса доставки товаров клиентам. Модель представляет собой многокритериальную задачу оптимизации, допускающую естественную свертку. Далее будет рассмотрен метод построения оптимального решения задачи и исследование полученных результатов.

Литература

1. Fernie J. Logistics and Retail Management: Emerging Issues and New Challenges in the Retail Supply Chain. 2nd Edition / J. Fernie, L. Sparks. – London : Kogan Page Publishers, 2004. – 240 p.
2. Osvald A. A vehicle routing algorithm for the distribution of fresh vegetables and similar perishable food / A. Osvald, L. Z. Stirn // J. Food Eng. – 2008. – Vol. 85. – P. 285–295.
3. Kiranoudis C. D. Distribution of fresh meat / C. D. Kiranoudis, C. T. Tarantilis // J. Food Eng. – 2002. – Vol. 51. – P. 85–91.
4. Higgins A. Scheduling of brand production and shipping within a sugar supply chain / A. Higgins, G. Beashel, A. Harrison // J. Oper. Res. Soc. – 2006. – Vol. 57. – № 5. – P. 490–498.
5. Coene S. The periodic vehicle routing problem: a case study / S. Coene, A. Arnout, F. Spieksma // Journal of the Operational Research Society. – 2010. – Vol. 61. – P. 1719–1728.
6. Shin K. A centroid-based heuristic algorithm for the capacitated vehicle routing problem / K. Shin // Computing and Informatics. – 2011. – Vol. 30. – P. 721–732.
7. Kim B.-I. Waste collection vehicle routing problem with time windows / B.-I. Kim, S. Kim, S. Sahoo // Computers & Operations Research. – 2006. – Vol. 33. – P. 3624–3642.
8. Pesant G. On the flexibility of constraint programming models: From single to multiple time windows for the traveling salesman problem / G. Pesant, M. Gendreau, J.-Y. Potvin, J.-M. Rousseau // European Journal of Operational Research. – 1999. – Vol. 117. – № 2. – P. 253–263.
9. Seifi A. A. A heuristic approach for Periodic Vehicle Routing Problem: a case study / A. A. Seifi, N. Safaei, P. Assadi // Int. J. of Logistics Systems and Management. – 2011. – Vol. 8. – № 4. – P. 425–443.