Сучасні процеси трансформації у бізнесі та виробництві: теорія, методологія, практика (фінансовий сектор, аграрна галузь та сфера послуг): монографія/за ред. Л.М. Савчук, Л.М.Бандоріної. – Дніпро: Журфонд. 2019. – 548 с.

МАТЕМАТИЧНІ МЕТОДИ ДОСЛІДЖЕНЬ В УПРАВЛІННІ РИЗИКОМ ТА ОПТИМІЗАЦІЇ ДІЯЛЬНОСТІ ПІДПРИЄМСТВА

Для ефективного управління ресурсами підприємства, зокрема, торгового, що буде розглянуто в параграфі, необхідно брати до уваги науково обґрунтовані розрахунки і висновки, спираючись на власні особливості з урахуванням зовнішніх та внутрішніх факторів. Успішна робота торгового підприємства пов’язана з необхідністю аналізу і прогнозування основних параметрів стану його діяльності. Для наукового обґрунтування існують оптимізаційні та економетричні методи економіко-математичного моделювання. В теорії ризиків, що також може бути застосована у моделюванні, використовуються методи теорії імовірностей. Економічні залежності, що виникають при формалізованому представленні задачі управління оборотним капіталом підприємства, можуть бути виражені у формі математичних рівнянь і нерівностей з певними обмеженнями.

Математичні моделі і методи дозволяють врахувати різні чинники, що впливають на оборотний капітал підприємства. Для реалізації моделей використовуються методи чисельного та імітаційного моделювання, що є науковою підставою для обрання стратегії розвитку підприємства.

Процес прийняття економічних рішень на підприємстві має відбуватися з урахуванням ризику. Якісний і кількісний аналіз ризику є важливими складовими в аналізі та управлінні діяльністю підприємства. Ідентифікація і оцінювання підприємницького ризику залежать від досвіду підприємця та ситуації прийняття рішень, які зазвичай приймаються в умовах економічної невизначеності. Тим більш значущим є кількісний аналіз ризику, що базується на математичних положеннях. Окрім підприємницького ризику в процесі закупівлі та реалізації товарів виникає комерційний ризик, пов'язаний, зокрема, з попитом, закупівельною ціною, вартістю зберігання на складах, ціною реалізації продукції. До цього можна додати інвестиційний ризик, обумовлений інфляцією, нестабільним економічним та політичним становищем і т. ін. Кількісні показники можна оцінювати за класичним і неокласичним підходом, в інформативних ситуаціях різного типу.

Розглянемо приклад альтернативного вибору на основі математичного аналізу кількісних показників ризику [1].

На ринку дві корпорації-конкуренти намагаються стати лідерами й контролювати всі дрібні компанії у своїй галузі. Невелика фірма внаслідок такої політики може опинитися в складі однієї з конкуруючих корпорацій, що може привести їй як зиск, так і збитки. З метою протистояння корпораціям фірма може ініціювати створення асоціації дрібних підприємств своєї галузі, що може забезпечити як великий успіх, так і цілковиту невдачу від цієї діяльності. Відповідна інформація наведена в таблиці. Який з трьох варіантів обрати фірмі?

Таблиця 1. Вихідні дані для вибору проекту з найменшим ризиком

N	Варіант злиття	Успіх		Невдача	
		Імовірність	Прибуток, у.о.	Імовірність	Прибуток, у.о.
1	1корпорація	0,6	9,5	0,4	-2
2	2корпорація	0,7	13,5	0,3	-2
3	Створення асоціації	0,3	26,5	0,7	-2,5

Для аналізу ризику проекту використовують такі показники в абсолютних величинах, як математичне сподівання, дисперсію, середнє квадратичне відхилення, семіваріацію, семіквадратичне відхилення. У відносних величинах розраховують для визначення ступеню ризику такі показники, як коефіцієнти варіації та семіваріації, а також допоміжні - асиметрію та ексцес. Для повноти висновків можна знайти розширені показники ризику такі, як імовірність можливих збитків та величину очікуваної невдачі.

Математичне сподівання, що означає очікуваний прибуток розраховують за формулою: $M(X) = \sum_{j=1}^{n} p_j x_j$. Для кожного проекту: $M_1(X)=4{,}9$; $M_2(X)=8{,}85$; $M_3(X)=6{,}2$. Порівняння свідчить про те, що найбільш вигідним є 2-й проект, потім 3-й, далі 1-й.

Оцінюючи варіацію та середнє квадратичне відхилення за формулами: $V(X)=M(X-M(X))^2$, $\sigma(X)=\sqrt{D(X)}$ робимо висновок, що найбільш ризикованим є третій проект, найменш ризикованим – перший проект: $\sigma_1(X)=5{,}63$; $\sigma_2(X)=7{,}1$; $\sigma_3(X)=13{,}29$.

Визначаємо значення коефіцієнту варіації для всіх проектів за формулою: $CV(X)=\dfrac{\sigma(X)}{M(X)}$, робимо висновок, що найбільш стабільним є другий проект. Третій проект є найгіршим за цим показником. Відповідні значення: $CV_1(X)=1{,}15$; $CV_2(X)=0{,}8$; $CV_3(X)=2{,}14$.

Семіваріація та семіквадратичне відхилення у неокласичному підході враховують тільки негативні відхилення від математичного сподівання:

$$SV(X)=\sum_{j=1}^{n}\alpha_j p_j (x_j-M(X))^2\ ,\quad SSV(X)=\sqrt{SV(X)}\ .$$

За цим показником кращим є перший проект: $SSV_1(X)=4{,}36$; $SSV_2(X)=5{,}94$; $SSV_3(X)=7{,}28$. Однак у відношенні до математичного сподівання, тобто за коефіцієнтом семіваріації: $CSV(X)=\dfrac{SSV(X)}{M(X)}$, бачимо, що знову другий проект переважає. Відповідні значення цього показника: 0,89; 0,67; 1,17.

Отже, за основними показниками вигоди і ризику найкращою є стратегія приєднання до 2-ї корпорації.

Для повноти аналізу розраховуємо асиметрію та ексцес (ризик тим менше, чим більше показник):

$$As(X)=\sum_{j=1}^{n}p_j\left(\frac{x_j-M(X)}{\sigma(X)}\right)^3;\ Ex(X)=\sum_{j=1}^{n}p_j\left(\frac{x_j-M(X)}{\sigma(X)}\right)^4-3\,.$$

За показником асиметрії знову кращими є другий і третій проекти (-0,41; -0,87; -0,87). За показником ексцесу – кращим є другий проект (-1,24; -1,83; -1,24).

Найменша імовірність отримання збитків у другого проекту. Сподівані збитки також має другий проект, що складають -0,6. Для першого і третього проектів відповідні значення сподіваних збитків: -0,8 та -1,75.

Тож,найкращим для дрібного підприємства є приєднання до 2-ї корпорації.

Розглянемо більш складну задачу. Торгове підприємство закуповує оптом деякий набір товарів, який реалізується протягом заданого періоду часу. В умовах обмеженого оборотного капіталу, необхідно максимізувати дохід, отриманий від реалізації цих товарів в роздрібній мережі. Математична оптимізаційна модель цієї задачі може бути записана таким чином:

$$\sum_{i=1}^{n} x_i \int_0^T (c_i\,(t) * v_i(t, c_i\,(t)))dt - \sum_{i=1}^{n} c_i^{(0)} * x_i * p_{i\,\min} \to \max \qquad (1)$$

$$\int_0^T (v_i(t, c_i(t)))dt \le x_i * p_i^{\min} \qquad (2)$$

$$0 \le x_i \le K_i;\ K_i = \frac{V_i}{p_i^{\min}};\ x_i \in Z^t;\ i = 1,2,\ldots,n \qquad (3)$$

$$v_i(t, c_i\,(t)) \le d_i(t, c_i\,(t));\ \ i = 1,2,\ldots,n;\quad \forall t \in [0, T] \qquad (4)$$

$$\sum_{i=1}^{n} c_i^{(0)} * x_i * p_i^{\min} \le S\ ; \qquad (5)$$

$$c_i^{\min} \le c_i\,(t) \le c_i^{\max} \qquad (6)$$

В наведеній оптимізаційній задачі використовуються позначення:

$c_i\,(t)$ – роздрібна ціна *i*-го товару, що продається у момент t;

$v_i(t, c_i\,(t))$ – інтенсивність продажу і-го товару в момент *t* при роздрібній ціні продажу $c_i(t)$;

$c_i^{(0)}$ – оптова ціна продажу одиниці і-го товару на момент оптових закупок;

Інтервал [0;T] – це час, протягом якого повинен бути реалізований в роздробі весь закуплений оптом товар;

$p_i^{\min}$ – мінімально можлива партія оптових закупівель *і*-го товару (*і*=1,2,…,n);

x_i – шукана величина, що задає кількість мінімально можливих партій закупівель і-го товару;

$\underline{V_i}$ – загальний обсяг і-го товару, який в момент оптових закупівель є на складі;

K_i – число мінімально можливих партій і-го товару, яке є на складі у момент оптових закупівель;

$d_i(t, c_i(t))$ – інтенсивність попиту на і-ий товар у момент часу t при ціні на товар $c_i^{(1)}(t)$;

S – обсяг оборотного капіталу підприємства, який може бути використаний для здійснення оптових закупівель;

$c_i^{\min}, c_i^{\max}$ – відповідно нижня і верхня межі ціни реалізації і-го товару в роздрібній мережі.

У задачі (1)-(6) необхідно визначити обсяги оптових закупівель x_i(i=1,2,…,n), ціну роздрібних продажів $c_i(t)$ і інтенсивність продажів $v_i(t, c_i(t))$, які б максимізували функціонал (1), що задає дохід від реалізованого в роздрібній мережі товару, при обмеженнях на оборотний капітал, інтенсивність попиту по кожному товару, обсягу товарів кожного виду на складі в момент здійснення оптових закупівель та обмеження на діапазон цін при продажу товарів у роздрібній мережі. У загальному випадку задача (1)-(6) є нелінійною задачею оптимального управління, розв’язок якої визначається вибором вектора закупівель $x = (x_1, ..., x_n)$ та вибором вектор-функцій часу $c(t) = (c_1(t), ..., c_n))$ та $v(t, c_i(t)) = (v_1(t, c_1(t)), ..., v_n(t, c_n(t)))$, які відповідно задають роздрібні ціни на товари і інтенсивність реалізації товарів з урахуванням обмеження на попит.

Далі будемо вважати, що інтенсивність попиту на і-й товар буде залежати тільки від його ціни і буде змінюватися за наступним лінійним законом:

$$d_i(c_i(t)) = d_i(c_i^{\min}(t)) - k_i(c_i(t) - c_i^{\min}) \qquad (7)$$

де $d_i(c_i(t))$ – інтенсивність попиту на і-й товар на інтервалі часу (0,T) при ціні $c_i \in [c_i^{\min}, c_i^{\max}]$;

$d_i(c_i^{\min})$ – інтенсивність попиту на і-й товар при мінімальній роздрібній ціні $c_i^{\min}$;

k_i – коефіцієнт, що відображає падіння попиту на і-й товар при переході від мінімальної ціни до ціни в момент часу t $c_i(t)$.

З формули (7) видно, що попит на і-й товар лінійно падає при збільшенні роздрібної ціни.

Далі для кожного обсягу закупівель і-го товару може бути розрахована оптимальна ціна продажу, яка максимізує дохід від реалізації і-го товару в обсязі $x_i * p_i^{\min}$ в роздрібній мережі.

$$\sum_{i=1}^{n} x_i \int_0^T (c_i(t) * d_i(c_i(t)))dt - \sum_{i=1}^{n} c_i^{(0)} * x_i * p_i^{\min} \to \max \qquad (8)$$

$$\int_0^T (d_i(c_i(t)))dt = x_i * p_i^{\min}, \quad x_i = 1,2,...,K_i \quad \text{i=1,2,3,…,n} \qquad (9)$$

З урахуванням співвідношення (7) задачу (8)-(9) можна переписати в наступному вигляді:

$$T(d(c_i^{\min}) - k_i(c_i - c_i^{\min}))c_i - \sum_{i=1}^{n} c_i^{(0)} x_i p_i^{\min} \to \max \qquad (10)$$

$$T(d(c_i^{\min}) - k_i(c_i - c_i^{\min})) = x_i p_i^{\min} \qquad (11)$$

$$x_i = 1,2,...,K_i, \qquad \text{i=1,2,3,…,n} \qquad (12)$$

З урахуванням обмеження (12) ціна c_i при будь-якому обсязі закупівель визначається формулою:

$$c_i = c_i^{\min} + \frac{-x_i p_i^{\min} + Td(c_i^{\min})}{Tk_i}, \text{ i=1,2,3,…,n}, \quad 0 \le x_i \le K_i \tag{13}$$

В [2] описано метод гілок і меж для розв'язання задачі (1)-(6) в умовах, коли інтенсивність попиту на товари залежить тільки від ціни.

Будемо вважати, що майбутня ціна *i*-го товару є випадкова величина з заданим законом розподілу, тобто c_i приймає значення c_i^j з імовірністю p_j $\left(p_j \geq 0, \ \sum_{j=1}^{m} p_j = 1\right)$.

В цьому випадку математичне сподівання роздрібної ціни *i*-го товару визначимо за формулою:

$$\overline{c_i} = \sum c_i^j(t)\, p_j\,. \tag{14}$$

Позначимо долю грошових коштів, витрачених на купівлю товарів *i*-го виду, через z_i:

$$z_i = \frac{x_i V_i c_i^{(0)}}{S}\,. \tag{15}$$

Відповідно, $$x_i = \frac{z_i S}{V_i c_i^{(0)}}\,. \tag{16}$$

В цих позначеннях, використовуючи модель Марковіца на мінімум ризику портфеля закупівель та за умови, що оборотний капітал має збільшитися на величину не менше за ΔF, сформулюємо задачу на мінімум ризику портфелю оптових закупівель при обмеженні на його дохідність.

$$\sum_{i=1}^{n} \sigma_i^2 z_i^2 + 2\sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{n} \mathrm{cov}_{ij}\, z_i z_j \to \min\,, \tag{17}$$

$$S\sum_{i=1}^{n} \frac{z_i V_i \overline{c}_i}{V_i c_i^{(0)}} - S\sum_{i=1}^{n} \frac{z_i V_i c_i^{(0)}}{V_i c_i^{(0)}} \geq S + \Delta S\,. \tag{18}$$

Після спрощення останньої нерівності отримаємо:

$$S\sum_{i=1}^{n}\frac{z_i\bar{c}_i}{c_i^{(0)}}-S\sum_{i=1}^{n}z_i \geq S+\Delta S\,, \qquad \sum_{i=1}^{n}z_i \leq 1 \tag{19}$$

$$0\leq \frac{z_i S}{V_i c_i^{(0)}}\leq k_i \qquad \frac{z_i S}{c_i^{(0)}}\leq \int_0^T \nu_i(t,c_i(t))dt \leq V_i\left(\frac{z_i S}{V_i c_i^{(0)}}+1\right), \tag{20}$$

де k_i - кількість партій товару *i*-го виду.

Розглянемо для прикладу спрощену задачу оцінювання ризику у випадку закупівлі двох видів товарів. Сподіваний прибуток товару А становить 60%, ризик від цього товару – 20%.

Для товару В сподіваний прибуток 40%, ризик – 15%. Коефіцієнт кореляції для цих товарів 0,35. Оцінимо сподіваний прибуток та ризик відповідних закупівель, для порівняння, у випадках, якщо товар А складає 20% та 80% від закупівлі. Також обчислимо ризик, що супроводжує такі дії.

Нехай товар А закуповують у кількості, що складає 20%. Тому товару В – 80%. Тоді числові характеристики, що характеризують сподіваний прибуток і ризик обчислюється таким чином:

$$m=\sum_{i=1}^{n}x_i p_i = 44\%\,, V=\sum_{k=1}^{n}\sum_{i=1}^{n}x_k x_i \sigma_{ki} r_{ki} = 193{,}5\,, \tag{21}$$

$$\sigma=\sqrt{V}=13{,}91\%\,.$$

Якщо товар А закуповують у кількості, що складає 80% від усієї кількості товарів, то за аналогічними розрахунками отримаємо: $m=56\%$; $V=298{,}598$; $\sigma=17{,}28\%$.

Тобто, ризик більше у випадку, коли товар виду А складає 80%, із двох розглянутих випадків. Мінімальний ризик досягається у тому випадку, коли варіація (дисперсія) має мінімум.

У прикладі можна звести функцію варіації до функції однієї змінної, наприклад x_1, що визначатиме кількість товару А. При цьому x_2 відповідає кількості товару В.

Таким чином, варіація може бути записана у вигляді [1]:

$$V = \sum_{k=1}^{n} \sum_{i=1}^{n} x_k x_i \sigma_{ki} r_{ki} = x_1^2 \sigma_1^2 + x_2^2 \sigma_2^2 + 2 x_1 x_2 \sigma_1 \sigma_2 r_{12} =$$

$$= x_1^2 (\sigma_1^2 + \sigma_2^2 - 2\sigma_1 \sigma_2 r_{12}) - 2x_1(\sigma_1^2 - r_{12}\sigma_1\sigma_2) + \sigma_2^2 . \quad (22)$$

Необхідна умова існування екстремуму функції від однієї змінної дає значення кількості товару виду А, при якому варіація матиме екстремум, тобто мінімум у даному випадку, оскільки (22) – це парабола, опукла вниз. Тоді, кількість товару виду А визначається за формулою, що є наслідком необхідної умови екстремуму:

$$x_1 = \frac{\sigma_2^2 - r_{12}\sigma_1\sigma_2}{\sigma_1^2 + \sigma_2^2 - 2r_{12}\sigma_1\sigma_2} = 0.29 , \; x_2 = 1 - x_2 = 0.71 . \qquad (23)$$

Мінімальний ризик має такий портфель закупівель, при якому товару А закуповується 29%, товару В – 71%. При цьому сам ризик складає , згідно з (22): $V = 13.79\%$. Очікуваний прибуток відповідно до (21): $m = 45.8\%$.

Сформульована задача для довільної кількості видів товарів може бути розв’язана за допомогою пакету Excel. Для урахування динаміки розрахунок проводиться за декілька ітерацій.

У прикладі порівняємо розв’язки, отримані за допомогою процедури «Поиск решения» в Excel і методом гілок і меж (на першому етапі) для задачі оптимізації прибутку.

Торгівельна фірма використовує для закупівель оборотний капітал у розмірі 4000 у.о. Отримуючи дохід від продажу, його вкладають у закупівлю на наступному етапі (місяці) до отримання максимального прибутку. Дані для задачі наведено в Таблиці 2.

На першому етапі доход від реалізації - 5060 у.о. Прибуток, відповідно, - 1060 у.о. і оборотний капітал складе 5060 у.о. За методом гілок і меж верхню границю цільової функції прибутку 5450 у.о. отримаємо при закупівлі, орієнтуючись на товари з найбільшим показником доходності: третього, другого, першого, п’ятого виду. При визначенні нижньої оцінки враховуємо цілочислений розв’язок. Нижня оцінка: 4750 у.о. при закупілі першого, другого, третього і четвертого товарів з мінімальними оптовими цінами у максимально можливому обсязі, виходячи з розміру оборотного капіталу. Далі, перебираючи різні набори товарів, наближаємося до значення доступного оборотного капіталу і отримаємо оптимальний набір товарів, що формує дохід від реалізації і, відповідно, прибуток. Очевидно, оптимальний розв'язок буде отримано при значеннях, указаних у таблиці.

Таблиця 2. Вихідні дані та результат розрахунку для оптимального доходу

Вид продукції	1	2	3	4	5
Обсяг товарів на складі, шт	100	150	80	70	60
Мінімальна партія, шт.	10	5	20	10	15
Інтенсивність продажів за день, шт.	4	5	2	3	2
Обсяг продажів за місяць, шт.	120	150	60	90	60
Ціна оптова, у.о.	10	15	20	25	30
Ціна роздрібна, у.о.	12	18	25	28	36
Показник доходності	1,2	1,2	1,25	1,12	1,2
Кількість партій	*2*	*24*	*3*	*0*	*4*
Всього товарів	*20*	*120*	*60*	*0*	*60*

За допомогою метода гілок і меж проблематично отримати розв'язок з урахуванням часу. Процедура «Поиск решения» дає наступні результати: за чотири ітерації (місяці) отримаємо максимальний доход від реалізації 8000 у.о. Максимальний прибуток – 1520 у.о. Оборотний капітал збільшується на максимальну величину і складає 6520 у.о. У цьому випадку реалізується максимальна кількість товарів і партій, що обумовлена попитом (у таблиці – обсягом продажу за місяць). Збільшення прибутку стає неможливим при наведених вихідних даних: цінах роздрібних та оптових, обсягу та інтенсивності продажів, запасів відповідних товарів. Для збільшення прибутку потрібно вводити новий асортимент, збільшувати різницю між оптовими та роздрібними цінами і т.ін.

Математичні моделі і методи дають змогу кількісно оцінити та обґрунтувати вибір стратегії і, зокрема, параметрів, що впливають на оборотний капітал та маржинальний дохід підприємства.

Список використаних джерел

1. Вітлінський В.В. Аналіз, моделювання та управління економічним ризиком: Навчально-методичний посібник для самостійного вивчення дисципліни./ В.В. Вітлінський, П.І. Верченко. – К. : КНЕУ. - 2000. – 292 с.
2. Чупілко Т.А. Динамічна модель управління оборотним капіталом торгового підприємства /Т.А. Чупілко, С.І. Чупілко // Вісник Дніпропетровської державної фінансової академії. – 2015. – №1(33). – С. 135-147.

References

1. Vitlins'kiy, V.V. and Verchenko P.I. (2000), " Analysis, modeling and management of economic risk": Educational and methodical manual for independent study of discipline, K. : KNEU, 292 p.
2. Chupilko, T.A. and Chupilko, S.I. (2015), "Dynamic model of working capital management of commercial enterprises", *Visnyk DDFA*, № 1(33), pp. 135-147.