

Ефективна економіка. – 2019. – №9. – Режим доступу до журналу: <http://www.economy.nayka.com.ua>. [Електронний ресурс – електронне наукове фахове видання, включено до переліку наукових фахових видань України. Наказ МОН України від 11.07.2019 № 975]

УДК 519.71:330.142

*Чупілко Т.А.,
к.т.н., доцент кафедри прикладної математики та інформатики, Університет
митної справи та фінансів, м. Дніпро*

ORCID: 0000-0002-3469-3154

Математичне моделювання кількісних показників ризику в моделі управління оборотним капіталом підприємства

*Chupilko T.A.
Candidate of Sciences (technic), Associate Professor of the Department of Applied
Mathematics and Informatics, University of Customs and Finance, Dnipro*

Mathematical modeling of quantitative risk indicators in the management model of working capital of an enterprise

Анотація.

Аналізуються питання управління оборотним капіталом торговельного підприємства за допомогою математичного моделювання. Розвинуто економіко-математичну модель оптимізації доходу підприємства в умовах обмеженого оборотного капіталу з урахуванням параметрів торговельної діяльності підприємства, зокрема, оптових закупівель. При моделюванні враховані обсяги оптових закупівель, ціна та інтенсивність роздрібних продажів за обмежень на оборотний капітал. Окрему увагу приділено урахуванню кількісних показників ризику та його мінімізації в моделі управління оборотним капіталом підприємства. Кількісна оцінка ризику заснована на методах теорії імовірностей. Сподіваний прибуток визначається математичним сподіванням. В якості основних кількісних показників ризику приймаються варіація (дисперсія) та середнє квадратичне відхилення. Для визначення мінімуму ризику використовуються методи диференціального числення, а саме, необхідна та достатня умови існування безумовного екстремуму. Економіко-математична модель, розглянута в роботі, використовує також методи математичного програмування для визначення оптимального доходу і структури портфеля в умовах обмежених ресурсів.

Summary.

Successful work of a trading company is connected with the necessity to analyse and forecast the basic parameters of the state of its activity. Optimization and econometric methods of economic-mathematical modelling are used for scientific substantiation. Risk theory, which can also be applied in modelling, uses methods of probability theory. Economic dependencies arising from the formalized presentation of the problem of managing the working capital of the enterprise, and, in particular, in wholesale purchases of a trading enterprise, are expressed in the form of mathematical equations and inequalities with certain limitations. Numerical and simulation methods are used to implement the models.

The author's previous works describe the method of branches and boundaries for the case where the intensity of demand for goods depends only on price and the task of optimizing the portfolio of wholesale purchases with a restriction on profitability.

The questions of management of working capital of trade enterprise with the help of mathematical modeling are analyzed. The economic-mathematical model of optimization of

the enterprise's income in the conditions of the limited working capital has been developed taking into account the parameters of the company's trade activity, in particular, wholesale purchases. In modeling, the volume of wholesale purchases taken into account, the price and intensity of retail sales for working capital constraints. Particular attention is paid to taking into account quantitative risk indicators and minimizing them in the management model of working capital of the enterprise. Quantitative risk assessment is based on the methods of probability theory. Expected profit is determined by mathematical expectation. Variation (variance) and root mean square deviation are taken as the main quantitative indicators of risk. Differential calculus methods are used to determine the minimum risk, namely, the necessary and sufficient conditions for the existence of an unconditional extreme. The economic and mathematical model considered in the paper also uses mathematical programming methods to determine the optimal return and structure of a portfolio in resource constrained conditions. Risk management is considered in detail for the simplified case of two products. The solution in this case is represented analytically. Computer modelling is used for any number of products. In the case of many products, an example of modelling will be given in the next article.

Ключові слова: математичне моделювання, оборотний капітал, торгівельне підприємство, маржинальний дохід, ризик, мінімізація ризику

Key words: mathematical modeling, working capital, trading company, marginal income, risk, risk minimization.

Постановка проблеми. Для ефективного управління ресурсами підприємства необхідно брати до уваги науково обґрунтовані розрахунки і висновки, спираючись на власні особливості з урахуванням зовнішніх та внутрішніх факторів. Успішна робота торгового підприємства пов'язана з необхідністю аналізу і прогнозування основних параметрів стану його діяльності. Для наукового обґрунтування застосовуються оптимізаційні та економетричні методи економіко-математичного моделювання. В теорії ризиків, що також може бути застосована у моделюванні, використовуються методи теорії імовірностей. Економічні залежності, що виникають при формалізованому представленні задачі управління оборотним капіталом підприємства, і, зокрема, в оптових закупівлях торгового підприємства, можуть бути виражені у формі математичних рівнянь і нерівностей з певними обмеженнями.

Актуальною є розробка математичних моделей, які враховують якомога більше складових, що впливають на оборотний капітал підприємства. Для реалізації моделей використовуються методи чисельного та імітаційного моделювання, що буде науковою підставою для обрання стратегії розвитку підприємства.

Аналіз досліджень. Для дослідження діяльності підприємства застосовуються методи економетричного або факторного аналізу. Серед таких робіт теоретично цікавими є наукові праці О.І. Жук, О.О. Цяцька, Н.В.Бондаренко, С.В. Мілевського, К.М.Поліванової та ін., що розкривають деякі аспекти управління і аналізу стабільності роботи підприємства за допомогою економіко-математичних методів.

Деякі сучасні роботи присвячені розвитку динамічних моделей, що можуть бути застосовані в різних напрямках діяльності підприємства. Суттєво різняться підходи і методи розв'язування задач. Зокрема, застосовуючи економетричні методи, розглядають зміну показників в часі. В основному, такі методи аналізу пов'язані з задачами ефективності, фінансових результатів і обсягів виробництва на підприємствах або в регіоні. Серед таких авторів - К.О.Палагута. О.О.Солтисік.

В динамічній постановці розглядаються також задачі оптимізації. Серед них є проблеми, пов'язані з формуванням матеріальних ресурсів підприємства при мінімізації витрат або капіталовкладень, які базуються на диференціальних рівняннях. Відзначимо серед них роботи Ю.В. Шерстенникова, Ю.А. Стадник, О.М.Васьків.

Математична модель оборотного капіталу у моделюванні фінансової діяльності підприємства розглядається в роботі О.В. Стрелюк. Модель є наближеною до моделі міжгалузевого балансу В.Леонтьєва і відображає максимізацію прибутку в умовах обмежених фінансових потоків, що дозволяє застосувати методи лінійного математичного програмування.

Проблеми підприємства, розглянуті в цій роботі, знайшли опосередковане відображення у працях С.Ю.Мирської та В.І.Сидельникова. Автори розглядають моделі підтримки управління діяльністю підприємства за допомогою апарату диференціального числення.

Деякі праці присвячені вивченню ризику, що виникає в роботі підприємства.

Метою роботи є урахування кількісних показників ризику в економіко-математичній моделі оптимізації доходу підприємства в умовах обмеженого оборотного капіталу з урахуванням параметрів торгівельної діяльності підприємства, зокрема, оптових закупівель. При моделюванні враховані обсяги оптових закупівель, ціна та інтенсивність роздрібних продажів за обмежень на оборотний капітал, інтенсивність попиту, обсяги товарів, діапазон зміни ціни.

Основний зміст статті. Ця робота є продовженням дослідження, проведеного в [1], [2].

Процес прийняття економічних рішень має відбуватися з урахуванням ризику. Якісний і кількісний аналіз ризику є важливими складовими в аналізі та управлінні діяльністю підприємства. Ідентифікація і оцінювання підприємницького ризику залежать від досвіду підприємця та ситуації прийняття рішень, які зазвичай приймаються в умовах економічної невизначеності. Тим більш значущим є кількісний аналіз ризику, що базується на математичних положеннях. Окрім підприємницького ризику в процесі закупівлі та реалізації товарів виникає комерційний ризик, пов'язаний, зокрема, з попитом, закупівельною ціною, вартістю зберігання на складах, ціною реалізації продукції. До цього можна додати інвестиційний ризик, обумовлений інфляцією, нестабільним економічним та політичним становищем і т. ін. Кількісні показники можна оцінювати за класичним і неокласичним підходом, в інформативних ситуаціях різного типу. Основними показниками кількісної оцінки ризику можна вважати варіацію та семі варіацію.

Розглянемо наступну задачу. Торгове підприємство закуповує оптом деякий набір товарів, який реалізується протягом заданого періоду часу. В умовах обмеженого оборотного капіталу, необхідно максимізувати дохід, отриманий від реалізації цих товарів в роздрібній мережі. Математична оптимізаційна модель цієї задачі може бути записана таким чином:

$$\sum_{i=1}^n x_i \int_0^T (c_i(t) * v_i(t, c_i(t))) dt - \sum_{i=1}^n c_i^{(0)} * x_i * p_i \min \rightarrow \max \quad (1)$$

$$\int_0^T (v_i(t, c_i(t))) dt \leq x_i * p_i^{\min} \quad (2)$$

$$0 \leq x_i \leq K_i; K_i = \frac{V_i}{p_i^{\min}}; x_i \in Z^t; i = 1, 2, \dots, n \quad (3)$$

$$v_i(t, c_i(t)) \leq d_i(t, c_i(t)); \quad i = 1, 2, \dots, n; \quad \forall t \in [0, T] \quad (4)$$

$$\sum_{i=1}^n c_i^{(0)} * x_i * p_i^{\min} \leq S; \quad (5)$$

$$c_i^{\min} \leq c_i(t) \leq c_i^{\max} \quad (6)$$

В наведеній оптимізаційній задачі використовуються позначення:

$c_i(t)$ – роздрібна ціна i -го товару, що продається у момент t ;

$v_i(t, c_i(t))$ – інтенсивність продажу i -го товару в момент t при роздрібній ціні продажу $c_i(t)$;

$c_i^{(0)}$ – оптова ціна продажу одиниці i -го товару на момент оптових закупок;

Інтервал $[0; T]$ – це час, протягом якого повинен бути реалізований в роздробі весь закуплений оптом товар;

p_i^{\min} – мінімально можлива партія оптових закупівель i -го товару ($i=1, 2, \dots, n$);

x_i – шукана величина, що задає кількість мінімально можливих партій закупівель i -го товару;

V_i – загальний обсяг i -го товару, який в момент оптових закупівель є на складі;

K_i – число мінімально можливих партій i -го товару, яке є на складі у момент оптових закупівель;

$d_i(t, c_i(t))$ – інтенсивність попиту на i -ий товар у момент часу t при ціні на товар

$c_i^{(1)}(t)$;

S – обсяг оборотного капіталу підприємства, який може бути використаний для здійснення оптових закупівель;

c_i^{\min}, c_i^{\max} – відповідно нижня і верхня межі ціни реалізації i -го товару в роздрібній мережі.

У задачі (1)-(6) необхідно визначити обсяги оптових закупівель x_i ($i=1, 2, \dots, n$), ціну роздрібних продажів $c_i(t)$ і інтенсивність продажів $v_i(t, c_i(t))$, які б максимізували функціонал (1), що задає дохід від реалізованого в роздрібній мережі товару, при обмеженнях на оборотний капітал, інтенсивність попиту по кожному товару, обсягу товарів кожного виду на складі в момент здійснення оптових закупівель та обмеження на діапазон цін при продажу товарів у роздрібній мережі. У загальному випадку задача (1)-(6) є нелінійною задачею оптимального управління, розв'язок якої визначається вибором вектора закупівель $x = (x_1, \dots, x_n)$ та вибором вектор-функцій часу $c(t) = (c_1(t), \dots, c_n(t))$ та $v(t, c_i(t)) = (v_1(t, c_1(t)), \dots, v_n(t, c_n(t)))$, які відповідно задають роздрібні ціни на товари і інтенсивність реалізації товарів з урахуванням обмеження на попит.

Для аналітичного розв'язку задача (1)-(6) має бути спрощена. Можна використовувати методи, пов'язані з імітаційним моделюванням або припущеннями про стаціонарність деяких вхідних параметрів задачі. Наприклад, можна припустити, що якщо інтервал часу $(0, T)$ не занадто тривалий, а інтенсивність попиту на товари лінійно змінюється в залежності від ціни, то задача (1)-(6) може бути розглянута як

задача цілочислової оптимізації, в якій інтенсивність продажу товару і ціна товару не залежать від часу і є незмінними на всьому інтервалі (0,Т). Час можна враховувати покроковим розв'язком, де початковими є параметри, отримані на попередній ітерації.

Далі будемо вважати, що інтенсивність попиту на і-й товар буде залежати тільки від його ціни і буде змінюватися за наступним лінійним законом:

$$d_i(c_i(t)) = d_i(c_i^{\min}(t)) - k_i(c_i(t) - c_i^{\min}) \quad (7)$$

де $d_i(c_i(t))$ – інтенсивність попиту на і-й товар на інтервалі часу (0,Т) при ціні $c_i \in [c_i^{\min}, c_i^{\max}]$;

$d_i(c_i^{\min})$ – інтенсивність попиту на і-й товар при мінімальній роздрібній ціні c_i^{\min} ;

k_i – коефіцієнт, що відображає падіння попиту на і-й товар при переході від мінімальної ціни до ціни в момент часу t $c_i(t)$.

З формули (7) видно, що попит на і-й товар лінійно падає при збільшенні роздрібної ціни.

Далі для кожного обсягу закупівель і-го товару може бути розрахована оптимальна ціна продажу, яка максимізує дохід від реалізації і-го товару в обсязі $x_i * p_i^{\min}$ в роздрібній мережі.

$$\sum_{i=1}^n x_i \int_0^T (c_i(t) * d_i(c_i(t))) dt - \sum_{i=1}^n c_i^{(0)} * x_i * p_i^{\min} \rightarrow \max \quad (8)$$

$$\int_0^T (d_i(c_i(t))) dt = x_i * p_i^{\min}, \quad x_i = 1, 2, \dots, K_i \quad i=1, 2, 3, \dots, n \quad (9)$$

З урахуванням співвідношення (7) задачу (8)-(10) можна переписати в наступному вигляді:

$$T(d(c_i^{\min}) - k_i(c_i - c_i^{\min}))c_i - \sum_{i=1}^n c_i^{(0)} x_i p_i^{\min} \rightarrow \max \quad (10)$$

$$T(d(c_i^{\min}) - k_i(c_i - c_i^{\min})) = x_i p_i^{\min} \quad (11)$$

$$x_i = 1, 2, \dots, K_i, \quad i=1, 2, 3, \dots, n \quad (12)$$

З урахуванням обмеження (12) ціна c_i при будь-якому обсязі закупівель визначається та формулою:

$$c_i = c_i^{\min} + \frac{-x_i p_i^{\min} + T d(c_i^{\min})}{T k_i}, \quad i=1, 2, 3, \dots, n, \quad 0 \leq x_i \leq K_i \quad (13)$$

В [1] описано метод гілок і меж для розв'язання задачі (1)-(6) в умовах, коли інтенсивність попиту на товари залежить тільки від ціни. В [2] розглянуто задачу

оптимізації портфеля оптових закупівель з обмеженням на дохідність за допомогою описаної моделі.

Будемо вважати, що майбутня ціна i -го товару є випадкова величина з заданим законом розподілу, тобто c_i приймає значення c_i^j з імовірністю p_j ($p_j \geq 0$, $\sum_{j=1}^m p_j = 1$).

В цьому випадку математичне сподівання роздрібної ціни i -го товару визначимо за формулою:

$$\bar{c}_i = \sum c_i^j(t) p_j. \quad (14)$$

Позначимо долю грошових коштів, витрачених на купівлю товарів i -го виду, через z_i :

$$z_i = \frac{x_i V_i c_i^{(0)}}{S}. \quad (15)$$

Відповідно,

$$x_i = \frac{z_i S}{V_i c_i^{(0)}}. \quad (16)$$

В цих позначеннях, використовуючи модель Марковіца на мінімум ризику портфеля закупівель та за умови, що оборотний капітал має збільшитися на величину не менше за ΔF , сформулюємо задачу на мінімум ризику портфелю оптових закупівель при обмеженні на його дохідність.

$$\sum_{i=1}^n \sigma_i^2 z_i^2 + 2 \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n \text{cov}_{ij} z_i z_j \rightarrow \min, \quad (17)$$

$$S \sum_{i=1}^n \frac{z_i V_i \bar{c}_i}{V_i c_i^{(0)}} - S \sum_{i=1}^n \frac{z_i V_i c_i^{(0)}}{V_i c_i^{(0)}} \geq S + \Delta S. \quad (18)$$

Після спрощення останньої нерівності отримаємо:

$$S \sum_{i=1}^n \frac{z_i \bar{c}_i}{c_i^{(0)}} - S \sum_{i=1}^n z_i \geq S + \Delta S, \quad (19)$$

$$\sum_{i=1}^n z_i \leq 1, \quad (20)$$

$$0 \leq \frac{z_i S}{V_i c_i^{(0)}} \leq k_i, \quad (21)$$

$$\frac{z_i S}{c_i^{(0)}} \leq \int_0^T v_i(t, c_i(t)) dt \leq V_i \left(\frac{z_i S}{V_i c_i^{(0)}} + 1 \right), \quad (22)$$

де k_i - кількість партій товару i -го виду.

Розглянемо для прикладу спрощену задачу оцінювання ризику у випадку закупівлі двох видів товарів. Сподіваний прибуток товару А становить 60%, ризик від цього товару – 20%. Для товару В сподіваний прибуток 40%, ризик – 15%. Коефіцієнт кореляції для цих товарів 0,35. Оцінимо сподіваний прибуток та ризик відповідних закупівель, для порівняння, у випадках, якщо товар А складає 20% та 80% від закупівлі. Також обчислимо ризик, що супроводжує такі дії.

Нехай товар А закуповують у кількості, що складає 20%. Тому товару В – 80%. Тоді математичне сподівання, що характеризує сподіваний прибуток обчислюється таким чином:

$$m = \sum_{i=1}^n x_i p_i = 44\%, \quad V = \sum_{k=1}^n \sum_{i=1}^n x_k x_i \sigma_{ki} r_{ki} = 193,5, \quad (23)$$

$$\sigma = \sqrt{V} = 13,91\% .$$

Якщо товар А закуповують у кількості, що складає 80% від усієї кількості товарів, то за аналогічними розрахунками отримаємо:

$$m = \sum_{i=1}^n x_i p_i = 56\%, \quad V = \sum_{k=1}^n \sum_{i=1}^n x_k x_i \sigma_{ki} r_{ki} = 298,598$$

$$\sigma = \sqrt{V} = 17,28\% .$$

Тобто, ризик більше у випадку, коли товару виду А складає 80% із двох розглянутих випадків.

Мінімальний ризик досягається у тому випадку, коли варіація (дисперсія) має мінімум.

У прикладі можна звести функцію варіації до функції однієї змінної, наприклад x_1 , що визначатиме кількість товару А. При цьому x_2 відповідає кількості товару В.

Таким чином, варіація може бути записана у вигляді:

$$V = \sum_{k=1}^n \sum_{i=1}^n x_k x_i \sigma_{ki} r_{ki} = x_1^2 \sigma_1^2 + x_2^2 \sigma_2^2 + 2x_1 x_2 \sigma_1 \sigma_2 r_{12} = \quad (24)$$

$$= x_1^2 (\sigma_1^2 + \sigma_2^2 - 2\sigma_1 \sigma_2 r_{12}) - 2x_1 (\sigma_1^2 - r_{12} \sigma_1 \sigma_2) + \sigma_2^2 .$$

Необхідна умова існування екстремуму функції від однієї змінної дає значення кількості товару виду А, при якому варіація матиме екстремум, тобто мінімум у даному випадку, оскільки (24) – це парабола, опукла вниз [3].

Тоді, кількість товару виду А визначається за формулою, що є наслідком необхідної умови екстремуму:

$$x_1 = \frac{\sigma_2^2 - r_{12}\sigma_1\sigma_2}{\sigma_1^2 + \sigma_2^2 - 2r_{12}\sigma_1\sigma_2} = 0.29,$$

$$x_2 = 1 - x_1 = 0.71$$

Мінімальний ризик має такий портфель закупівель, при якому товару А закуповується 29%, товару В – 71%.

При цьому сам ризик складає, згідно з (24): $V = 13.79\%$ /

Очікуваний прибуток відповідно до (23): $m = 45.8\%$.

Сформульована задача для довільної кількості видів товарів може бути розв'язана за допомогою пакету Excel. Для урахування динаміки розрахунків проводиться за декілька ітерацій так, як описано в [2].

Висновки.

Математична модель дозволяє оцінювати тенденції розвитку економічної ситуації на підприємстві в залежності від зміни основних параметрів, що впливають на неї. Запропоновані модель і метод розв'язування проблеми дають змогу кількісно оцінити та обґрунтувати вибір стратегії і, зокрема, параметрів, що впливають на оборотний капітал та маржинальний дохід підприємства.

Побудована модель у подальшому буде розвинена з урахуванням чинників, що впливають на оборотний капітал торгового підприємства і не враховані у цій моделі: управлінські витрати, кредити, інвестиції тощо.

Література.

1. Чупілко Т.А. Математична модель оптимізації оборотного капіталу торгового підприємства /Т.А. Чупілко, С.І. Чупілко // Збірник наукових праць ДДТУ (технічні науки). – 2016. – Випуск 1(28). – С.113-117.
2. Чупілко Т.А. Динамічна модель управління оборотним капіталом торгового підприємства /Т.А. Чупілко, С.І. Чупілко // Вісник Дніпропетровської державної фінансової академії. – 2015. – №1(33). – С. 135-147.
3. Вітлінський В.В. Аналіз, моделювання та управління економічним ризиком: Навчально-методичний посібник для самостійного вивчення дисципліни./ В.В. Вітлінський, П.І. Верченко. – К. : КНЕУ. - 2000. – 292 с.
4. Нгуен, К.Н. Моделирование и оптимизация управления структурой капитала фирмы / К.Н. Нгуен // Економіка: проблеми теорії та практики – Дн. : Наука і освіта. – № 29. – 2000. – С. 62-73.

References.

1. Chupilko, T.A. and Chupilko, S.I. (2016), “ Mathematical model of working capital optimization of commercial enterprises”, *Zbirnyk naukovykh prac' Dniprodzerzhyn's'kogo technichnogo universitetu (technichni nauki)*, №1(28), pp.113-117.

2. Chupilko, T.A. and Chupilko, S.I. (2015), “Dynamic model of working capital management of commercial enterprises”, *Visnyk DDFA*, № 1(33), pp. 135-147.
3. Vitlins'kiy, V.V. and Verchenko P.I. (2000), “ Analysis, modeling and management of economic risk”: Educational and methodical manual for independent study of discipline, K. : KNEU, 292 p.
4. Ngujen, K.N. (2000), “Modelirovanie i optimizacija upravlenija ctucturoj kapitala firmi”, *Ekonomika: problemi teorii ta praktiki*, Dn.: Nauka i osvita, № 29, pp. 62-73.