УДК 629.78

В.Н. Спиридонов

МЕТОД МОДЕЛИРОВАНИЯ ДИСКРЕТНЫХ ДИНАМИЧЕСКИХ СИСТЕМ С ПОСТОЯННОЙ СТРУКТУРОЙ

Введение. При решении задачи прогноза состояния сложных систем и объектов [1, 2] возникает проблема размерности модели. Использование известных методов моделирования, например описание модели ориентированным графом [3], сетью Петри [4] или конечным автоматом [5], эффективных при моделировании сравнительно несложных систем и объектов, становится неэффективным или вообще неприменимым при моделировании сложных систем, пространство состояний которых может достигать астрономических величин. Проблема применения этих методов заключается в том, что они базируются на описании всех переходов системы в пространстве состояний из одного состояния в другое, т.е. они предполагают представление и описание в модели всего множества состояний системы. Альтернативу предоставляет теория систем, которая предлагает заменить описание связей в пространстве состояний системы использованием правил перехода в пространстве состояний системы — переходной функцией. Следует ожидать, что именно использование правил перехода системы вместо описания самих переходов в пространстве состояний системы и сможет существенно уменьшить размерность модели и обеспечит возможность ее программной реализации.

Однако, как правило, описание системы переходной функцией дается лишь в общем виде, как, например, в работе [6], в которой предлагалось описать спутниковую систему переходной функцией состояния. Вопрос, что же представляет собой переходная функция такой системы, а в итоге ее модель при разнообразии входящих в нее подсистем и элементов, в работе не рассматривался.

Постановка задачи. В статье описана задача построения математической модели технического объекта со следующими формализованными особенностями моделирования.

1. Технический объект является сложной системой, т.е. состоит из приборов, узлов, блоков, выполняющих различные операции, функционирующих в различных режимах работы и выполненных с помощью различных физических принципов. Далее будем использовать термины теории систем «элемент» и «подсистема», соответствующие тому, что в формализованной схеме системы элемент выступает как объект, не подлежащий при данном рассмотрении системы дальнейшему разбиению на части, а подсистема выступает как некоторая совокупность элементов. Абстрагируясь от физической природы элементов, их можно рассматривать как «черные ящики». Такое представление отражает тот факт, что операторам при управлении данным техническим объектом необязательно знать конструкцию его элементов, их электрическую схему и т.п. Достаточно знать исходное состояние элементов, состояния, в которые они могут перейти, команды управления элементами и связь между состояниями и командами. В данном представлении под элементом понимается управляемое командами функциональное устройство или конструктивный блок аппаратуры.

2. Технический объект по классификации теории систем отнесен к системам с постоянной структурой.

3. Объект допускает резервирование различными методами как на уровне элементов, так и подсистем.

4. Объект рассматривается как дискретный. Это обусловлено дискретностью выдачи команд применяемых средств управления объектом. Поэтому, хотя в составе объекта могут быть непрерывно функционирующие подсистемы и элементы, управление ими выполняется дискретно. Если же представить процесс управления объектом как процесс управления исполнительными элементами в его подсистемах и элементах, то, пренебрегая временем срабатывания исполнительных элементов, можно перейти к рассмотрению дискретной системы, состояния которой определены в любой момент времени.

5. Процесс управления функционированием объекта представляет собой процесс планируемого перевода подсистем и элементов из одного состояния в другое под действием команд управления. Адаптивные системы не рассматриваются.

6. При функционировании объекта возможны отказы элементов и подсистем. Отказы могут быть определены средствами диагностирования объекта. При обнаружении отказов оператор переходит на управление резервными комплектами элементов и подсистем. Модель системы должна предусматривать возможность введения отказов элементов и подсистем по мере их возникновения (коррекция модели).

В качестве задачи моделирования рассматривается одна из классических задач теории систем [1, 2] — задача прогноза состояния, базирующаяся на описании функционирования системы в пространстве состояний переходной функцией состояния:

$$F = \{f : X \times T \times U \times T \to X\}, \tag{1}$$

где F — переходная функция; X — множество состояний системы $x(t)$; U — множество значений входных воздействий $u(t)$; T — множество моментов времени, причем T — некоторое упорядоченное подмножество множества вещественных чисел R, т.е. $T \subseteq R$.

Функция f устанавливает отображение четверок $t_1, t_0, x(t_0), u$ на множество X, содержащее элементы x. Считается, что переходная функция состояния f определена для всех $t \geq t_0$, а при $t = t_0$ для всех $t \in T$, $x \in X$ и $u \in U$ имеет место равенство

$$f[t_0, t_0, x(t_0), u] = x(t_0). \tag{2}$$

Согласно теории систем считается, что знание состояния системы $x(t_0)$ в момент времени $t = t_0$ и входного воздействия u на отрезке времени $[t_0, t_1]$ является необходимым и достаточным условием, позволяющим определить состояние рассматриваемой системы $x(t_1)$ в момент времени $t = t_1$:

$$x(t_1) = f[t_1, t_0, x(t_0), u(t_0, t_1)]. \tag{3}$$

Выходные величины системы $y(t)$ могут быть определены, если заданы входные воздействия и переходная функция состояния системы. Так как состояние системы $x(t)$ включает в себя эффект входного воздействия, то

$$y(t) = p[t, x(t)]. \tag{4}$$

При сделанных предположениях рассматриваемую систему считают динамической.

 ISSN 0572-2691

Задачу прогноза состояния дискретной динамической системы в терминах теории множеств представляют в виде отображения

$$F: X_0 \times T_0 \times U \times T \to X \times T, \tag{5}$$

где F — переходная функция системы, X_0 — множество начальных состояний системы, T_0 — множество начальных моментов времени, U — множество значений входных воздействий, T — множество моментов времени выдачи входных воздействий; X — множество состояний системы на выданные входные воздействия.

Задача формулируется следующим образом: задано состояние системы в начальный момент времени и множество управляющих воздействий, выдаваемых во времени. Требуется определить состояние системы на выданные управляющие воздействия.

Результаты исследования. Приведенная характеристика объекта моделирования и принятые в работе допущения отражены в постановке задачи моделирования и математической модели. Постановка задачи прогноза состояния дискретной динамической системы с постоянной структурой выполнена в терминах теории множеств.

1. Система состоит из конечного множества элементов, задаваемых их именами:

$$A = \{a_1, a_2, ..., a_i, ..., a_n\}, \; i = \overline{1, n}, \tag{6}$$

где i — порядковый номер элемента; n — количество элементов в системе.

2. Пространство состояний элемента конечно:

$$X_i = \{x_{i1}, x_{i2}, ..., x_{iq}, ..., x_{iQ}\}, \; q = \overline{1, Q}, \tag{7}$$

где x_{iq} — одно из возможных состояний элемента a_i; Q — размерность пространства состояний элемента.

3. Система состоит из конечного множества подсистем:

$$C = \{c_1, c_2, ..., c_m, ..., c_M\}, \; m = \overline{1, M}; \tag{8}$$

$$c_1 \cap c_2 \cap ... \cap c_m \cap ... \cap c_M = \varnothing, \; c_m \neq \varnothing, \tag{9}$$

$$A = \bigcup_{m=1}^{M} c_m, \; m = \overline{1, M}, \; m \leq n, \tag{10}$$

где m — индекс подсистемы; M — максимальное количество подсистем, обладающих описанными свойствами, в составе системы.

4. Подсистема состоит из конечного множества элементов:

$$c_m = \{a_1^m, a_2^m, ..., a_g^m, ..., a_G^m\}, \; g = \overline{1, G}, \; G \leq n, \tag{11}$$

где G — максимальное количество элементов в подсистеме c_m.

5. При данных допущениях пространство состояний системы конечно:

$$X = \{X_1 \times X_2 \times ... \times X_i \times ... \times X_n\}, \; i = \overline{1, n}. \tag{12}$$

6. Множество входных сигналов — команд управления, конечно:

$$U = \{u_1, u_2, ..., u_j, ..., u_J\}, \; j = \overline{1, J}, \tag{13}$$

где j — порядковый номер команды, J — максимальное количество команд, используемых при управлении системой, u_j — имя (номер) команды управления.

7. Система управляется множеством временных программ управления, формируемых оператором

$$E = \{e_1, e_2, ..., e_v, ..., e_V\}, e = \overline{1, V}, \tag{14}$$

где v — порядковый номер программы управления, V — максимальное количество программ управления, последовательно отработанных при управлении системой.

8. Программа управления представляет собой упорядоченную во времени последовательность команд управления с временем их выдачи:

$$e_v = (u_1^v(t_1^v), u_2^v(t_2^v), ..., u_h^v(t_h^v), ..., u_H^v(t_H^v)), \; h = \overline{1, H}, \tag{15}$$

где u_h^v — имя (номер) команды из множества команд управления системой U, выдаваемой в v-й программе управления; h — порядковый номер команды в v-й программе управления, t_h^v — время выдачи h-й команды, H — максимальное количество команд в v-й программе управления.

9. Система описывается конечным множеством переходных функций:

$$D = \{d_1, d_2, ..., d_l, ..., d_L\}, \; l = \overline{1, L}, \tag{16}$$

где l — индекс переходной функции, L — максимальное количество переходных функций, используемых при описании системы.

10. Состояние системы в любой момент времени представляет собой кортеж состояний ее элементов:

$$x(t) = (x_1(t), x_2(t), ..., x_i(t), ..., x_n(t)), \; i = \overline{1, n}, \tag{17}$$

где $x(t)$ — состояние системы в момент времени t; $x_i(t)$ — состояние элемента a_i в момент времени t.

Задача моделирования в терминах теории множеств сформулирована следующим образом:

заданы исходное состояние элементов системы

$$x(t_0) = (x_1(t_0), x_2(t_0), ..., x_i(t_0), ..., x_n(t_0)), \; i = \overline{1, n}, \tag{18}$$

в некоторый начальный момент времени t_0 и программа управления e_v (11). Требуется определить состояние элементов системы на заданные команды управления:

$$X_1^0 \times X_2^0 \times ... \times X_n^0 \times T_0 \times E \to X_1 \times X_2 \times ... \times X_n \times T. \tag{19}$$

Математическая модель системы получена в виде следующих соотношений.

1. Выражение (20) описывает переход системы из одного состояния в другое при выдаче команды управления u_j, действующей на один из элементов системы a_i:

$$x(t+1) = (d_l\{x_i(t), \; u_j(t+1)\}, \; x_{A \setminus i}(t)), \tag{20}$$

где $x_i(t)$ — состояние элемента a_i в момент времени (t); $x_{A \setminus i}(t)$ — состояния остальных элементов системы, которые по команде u_j в момент времени $(t+1)$ не изменились, d_l — переходная функция элемента a_i.

2. Соотношение (21) описывает переход системы из одного состояния в другое при выдаче команды управления u_j, действующей на одну из подсистем c_m системы

$$x(t+1)=(d_f^m\{x_{C_m}(t),u_j(t+1)\},x_{A\setminus C_m}(t)), \quad (21)$$

где $x_{C_m}(t)$ — состояние подсистемы c_m в момент времени t, $x_{A\setminus C_m}(t)$ — состояния остальных элементов системы, которые по команде u_j в момент времени $(t+1)$ не изменились, d_f^m — переходная функция подсистемы c_m.

3. Соотношение (22) описывает переход системы из одного состояния в другое для общего случая, когда команда управления u_j действует на одну из подсистем системы c_m, причем характер воздействия команды на элементы подсистемы не одинаков:

$$x(t+1)=(d_l^m\{x_{a_1^m}(t),u_j(t+1)\},\ldots,d_R^m\{x_{a_G^m}(t),u_j(t+1)\},x_{A\setminus C_m}(t)), \quad (22)$$

а переходную функцию подсистемы представим в виде упорядоченного множества переходных функций элементов подсистемы c_m :

$$d_f^m=\{d_1^m,d_2^m,\ldots,d_r^m,\ldots,d_R^m\},\ \ r=\overline{1,R}. \quad (23)$$

Если характер воздействия команды u_j на все элементы подсистемы одинаков, то переход системы из одного состояния в другое при выдаче команды управления u_j, действующей на одну из подсистем c_m системы, представим в виде четвертого соотношения:

$$x(t+1)=(d_l^m\{x_{a_1^m}(t),x_{a_2^m}(t),\ldots,x_{a_G^m}(t),u_j(t+1)\},\ x_{A\setminus C_m}(t)). \quad (24)$$

Выражения (22) и (24), являющиеся математической моделью управления системы с постоянной структурой в пространстве состояний, удобно задавать таблицами, получившими названия полной и списочной таблиц переходных функций. В ячейках полной таблицы (представлен весь список элементов системы в строке таблицы) для каждой команды управления записываются соответствующие имена переходных функций, если данная команда воздействует на элемент, и 0 в противном случае (рис. 1). Размерность модели определяется размерностью таблицы. Для полной таблицы она равна произведению количества команд управления на количество элементов системы $N=J\times(n+1)$.

A	a_1	a_2	…	a_i	…	a_n
u_1	d_2	d_3	…	0	…	0
u_2	d_3	d_2	…	d_2	…	0
…	…	…	…	…	…	…
u_j	0	0	…	d_l	…	0
…	…	…	…	…	…	…
u_J	d_1	d_2	…	d_r	…	d_R

Рис. 1

Если все переходы системы в пространстве состояний могут быть описаны выражениями (24), то можно использовать списочную таблицу переходных функций (рис. 2). В этой таблице имя функции вынесено в отдельный столбец, а в ячейках строки таблицы помещается список имен элементов подсистемы, на которые воздействует данная команда. Так как подсистемы имеют разное количество элементов, то список элементов подсистем, имеющих меньшее количество элементов, дополняется нулями (пробелами). Размерность модели в этом случае равна $N = J \times (G+2)$, где G — количество элементов подсистемы, имеющей максимальное количество элементов. Этим достигается уменьшение размерности модели в $n/G+1$ раз. Представление математической модели в виде компактных таблиц перспективно как в вычислительном отношении (построение моделирующего алгоритма), так и ввиду заполнения таблиц в системе автоматизированного проектирования сложного технического объекта [7].

U	d_f^m	a_1^m	a_2^m	…	a_g^m	…	a_g^m
u_1	d_2	a_7	a_8	…	0	…	0
u_2	d_1	a_1	a_2	…	0	…	0
…	…	…	…	…	…	…	…
u_j	d_f^m	a_1^m	a_2^m	…	a_g^m	…	a_g^m
…	…	…	…	…	…	…	…
u_J	d_f^M	a_1^m	a_2^m	…	a_g^m	…	a_g^m

Рис. 2

Среди основных требований к моделирующему алгоритму рассматривались следующие: универсальность алгоритма, оперативность решения и компактное представление его в вычислительной среде. Универсальность алгоритма, базирующаяся на математической модели системы, обеспечивается использованием принципа «независимости программ от данных», используемых для описания различных систем и объектов рассматриваемого класса.

Оперативность решения алгоритма может быть обеспечена несколькими путями. Определяющим является используемый принцип построения моделирующего алгоритма. Анализ известных принципов построения моделирующих алгоритмов, приведенный в [1], требует отказаться от принципа Δt как неэффективного с точки зрения оперативности. С учетом того, что выдача команд управления системы может выполняться асинхронно и между моментами выдачи команд $(t_1, t_2, ..., t_h, ..., t_H)$ и соответственно изменениями состояний системы могут быть существенные промежутки времени, целесообразно использовать принцип особых состояний. Применительно к системам такого рода [l] выделяют два типа состояний: 1) обычные (неособые), в которых система находится почти все время, и 2) особые, характерные для системы в некоторые изолированные моменты времени, совпадающие с моментами поступления в систему команд управления. Особыми будем считать состояния, достигаемые системой в момент подачи команд управления, а неособыми — состояния между смежными временами выдачи команд управления, которые в этих интервалах времени не изменяются. Использование этого принципа также соответствует тому, что особые состояния изменяются, как правило, скачком и свойства таких систем оцениваются по информации об особых состояниях, а неособые состояния интереса для исследования не представляют или могут быть легко определены. Оперативность моделирующего алгоритма существенно повышается за счет того, что моделирование выполняется не по переменной *t*, а по переменной *h*. Формирование информации о результатах моделирования как временно́й последовательности особых состояний системы позволяет их компактно размещать в вычислительной среде. В то же время информация о состоянии системы в любой момент времени может быть легко определена.

Другим фактором обеспечения оперативности моделирующего алгоритма при условии, что программа управления сложным объектом может содержать не-

 ISSN 0572-2691

сколько сотен команд управления, является однократный линейный просмотр больших массивов данных. В работе [8], например, показано, что «значительный прикладной интерес представляют программы и методы, обеспечивающие анализ и обработку информации при линейном однократном ее просмотре». Компактное представление алгоритма в вычислительной среде обеспечивается, прежде всего, компактностью математической модели, а на этапе реализации моделирующего алгоритма — табличной структурой используемых массивов данных.

С учетом рассмотренных требований разработана схема моделирующего алгоритма, представленная на рис. 3. Модель системы задана таблицей переходных функций, множество переходных функций реализовано библиотекой модулей переходных функций. Исходное состояние системы задано в таблице исходных состояний. В результате планирования сформирована программа управления. Алгоритм предусматривает выполнение следующей последовательности шагов:

- перенос исходных состояний системы из таблицы исходных состояний в таблицу текущих состояний;
- последовательное чтение программы управления, при этом для каждой команды управления выполняются следующие операции: обращение в таблицу переходных функций и последовательный поиск номера данной команды управления;
- последовательное чтение найденной строки таблицы переходных функций, при этом для каждого элемента данной строки таблицы переходных функций, отличного от нуля, по имени переходной функции выполняется вызов из библиотеки модулей переходных функций соответствующего ему модуля функции;
- модуль функции выполняет перевод состояния элемента, содержащегося в таблице текущих состояний, в новое состояние, которое записывается вместо предыдущего;
- при этом для списочной таблицы модуль функции обеспечивает перевод в новое состояние всех элементов списка последовательно, а для полной таблицы функций — только элемента, в столбце которого находится имя модуля данной функции;
- после окончания цикла обработки данной строки таблицы переходных функций, выполняются аналогичные операции для каждой команды управления, выдаваемой в данный момент времени, если выдается несколько команд одновременно;
- после окончания цикла обработки данной строки программы управления выполняется перенос состояний из таблицы текущих состояний в выходную таблицу прогноза состояний, образующих строку таблицы с временем выдачи команды управления;
- по окончании цикла обработки всех команд программы управления выполняется перенос состояний системы на момент завершения программы управления из таблицы текущих состояний в таблицу исходных состояний, которая содержит исходные состояния системы для следующей программы управления.

В таблицу исходных состояний оператором вручную заносятся состояния каждого элемента системы на момент начала ее функционирования. При последовательной отработке программ управления таблица обновляется моделью. По мере появления отказов оператором корректируются состояния соответствующих элементов и подсистем в таблице. В результате выполнения указанной последовательности операций формируется выходная таблица прогноза состояний системы. Каждая строка таблицы представляет собой кортеж состояний элементов системы, а столбец описывает изменения состояния элемента системы в данной программе управления. В результате применения простых процедур может быть определено состояние любого элемента системы в любой момент времени на интервале расчета, что обеспечивает полноту решения задачи прогноза состояния системы.

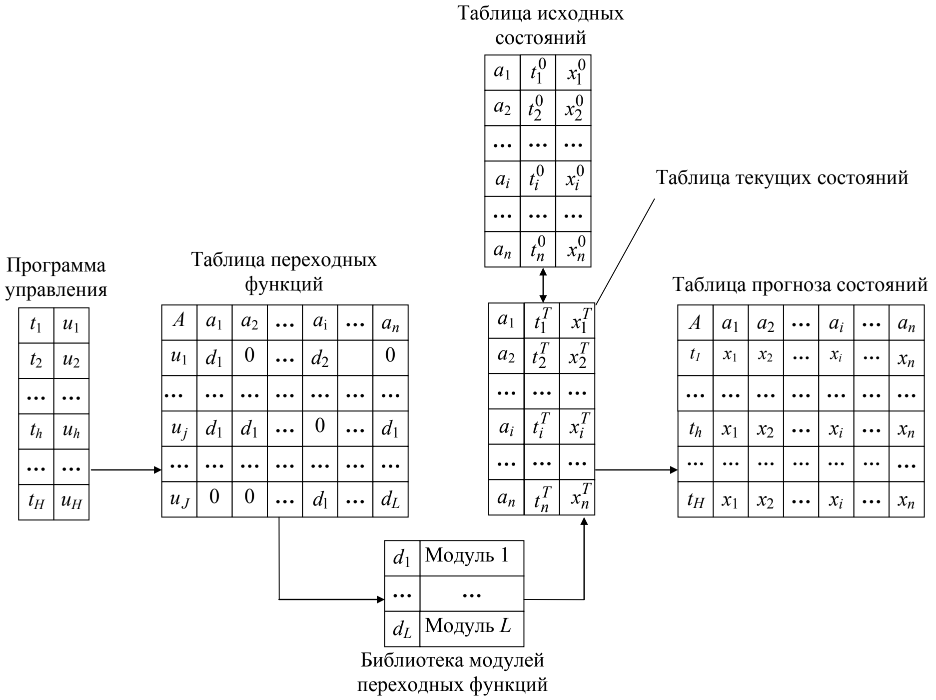

Рис. 3

Моделирующий алгоритм не зависит от задаваемых табличных данных, а особенности элементов описаны их переходными функциями. В библиотеку переходных функций могут быть помещены все функции данной системы либо данного класса систем. Поэтому можно говорить о достаточно высокой степени универсальности (или модифицируемости) модели для рассматриваемого класса систем. Разработанный метод моделирования получил название метода переходных функций.

Для моделируемой системы или объекта в соответствии с задачей исследования необходимо выбрать пространство состояний элементов и описать переходные функции системы. В работе [9] рассмотрено применение метода для моделирования технических объектов, к которым относится бортовая аппаратура космического аппарата. Выбрано формализованное пространство состояний элемента, описываемое тремя булевыми переменными, соответствующими трем видам технического состояния элемента. Приведено описание переходных функций элементов, которые реализуются простейшим алгоритмом.

Метод прошел апробацию при моделировании бортовой аппаратуры ряда космических аппаратов. Максимальная размерность модели, определяемая размером таблицы, составляет 860 при следующих характеристиках: количество команд управления — 120, количество управляемых элементов — 99, размерность списка элементов списочной таблицы переходных функций — 6, количество переходных функций — 5. Пространство состояний моделируемого объекта составляет 8^{99} состояний. Применение метода для данного класса объектов не встретило каких-либо трудностей, связанных с размерностью модели [7].

Заключение. Разработана формализованная постановка задачи моделирования и математическая модель одного из классов сложных систем — дискретных динамических систем с постоянной структурой. Формализация постановки задачи моделирования и разработка математической модели стала основой для построения универсального моделирующего алгоритма системы. Алгоритм разработан с учетом требований к оперативности работы и компактного представления его в вычислительной среде. Предлагаемый метод моделирования обеспечивает полноту решения задачи прогноза состояния для рассматриваемого класса систем. Метод успешно прошел апробацию при моделировании ряда сложных технических объектов.

В.М. Спиридонов

МЕТОД МОДЕЛЮВАННЯ ДИСКРЕТНИХ ДИНАМІЧНИХ СИСТЕМ З ПОСТІЙНОЮ СТРУКТУРОЮ

Запропоновано метод моделювання одного із класів складних систем — дискретних динамічних систем з постійною структурою. Наведено формалізовану постановку задачі моделювання, математичну модель і моделюючий алгоритм системи. Як задачу моделювання розглянуто одну із класичних задач теорії систем — задачу прогнозу стану системи. За основу методу взято опис функціонування системи в просторі станів перехідною функцією. Наведено результати апробації методу для моделювання одного класу технічних об'єктів.

V.N. Spiridonov

MODELING METHOD OF DISCRETE DYNAMIC SYSTEMS WITH CONSTANT STRUCTURE

The modeling method of one of the classes of complex systems — discrete dynamic systems with constant structure is offered. The formalized modeling problem statement, mathematical model and modeling algorithm of system is presented. As a modeling problem one of the classical problems of the theory of systems — a problem of the forecast of a state is considered. The method is based on the description of system functioning in space of states by transition functions. Results of approbation of a method for modelling of one class of technical objects are considered.

1. *Бусленко Н.П.* Моделирование сложных систем. — М.: Наука, 1978. — 400 с.
2. *Бусленко Н.П., Коваленко И.Н., Калашников В.В.* Лекции по теории сложных систем. — М. : Сов. радио, 1973. — 440 с.
3. *Шеховцов А.Н., Козел В.Н.* Построение математической модели распределенных систем // Автоматика. Автоматизация. Электротехнические комплексы и системы. — 2003. — № 1 (23). — С. 87–91.
4. *Михаль О.Ф., Руденко О.Г., Халайбех Зияд.* Моделирование системы нечеткого регулирования средствами нечетких сетей Петри // Управляющие системы и машины. — 2005. — № 4. — С. 3–7.
5. *Дудинкин В.И., Романов В.Д.* Способ отработки программы управления объекта путем имитации объекта моделью конечного автомата // Там же. — 1982. — № 4. — С. 19–22.
6. *Беляев М.Ю.* Научные эксперименты на космических кораблях и орбитальных станциях. — М. : Машиностроение, 1984. — 264 с.
7. *Спиридонов В.Н.* Методика создания модели сложной системы методом переходных функций // Радиоэлектронные и компьютерные системы. — 2010. — № 1 (42). — С. 122–126.
8. *Обработка* информации, получаемой по программе «Интеркосмос». — М. : Наука, 1982. — 287 с.
9. *Спиридонов В.Н.* Моделирование сложных технических объектов: состояния и переходные функции // Вест. Академии тамож. службы Украины. Сер. Техн. науки. — 2010. — № 1 (43). — С. 119–125.

Получено 30.11.2009