УДК 681.3

ОПРЕДЕЛЕНИЕ ТИПА ОТНОШЕНИЯ НЕЧЕТКОГО РАВЕНСТВА СИТУАЦИЙ С УЧЕТОМ ВОЗМОЖНОГО ИЗМЕНЕНИЯ НФОРМАЦИИ

Ю. В. Ульяновская, А.П. Буланый. Академия таможенной службы Украины (г. Днепропетровск).

В статье рассматривается степень близости объектов с учетом изменения информации во времени на примере отношения нечеткого равенства. Исследованы свойства отношения и показаны ограничения, при которых отношение нечеткого равенства является отношением нечеткой эквивалентности.

Ключевые слова: нечеткое равенство, нечеткая ситуация, лингвистическая переменная, терм множество, отношение эквивалентности.

Ввеление

Решение большинства задач, связанных с вопросами управления, планирования, идентификации объектов, основано на использовании экспертной информации. В частности, в таможенной службе Украины указанные задачи возникают при идентификации и определении культурной или исторической ценности предметов искусства, при определении таможенной стоимости товаров и т.д. В связи с этим задача точной идентификации и, соответственно, задача разработки эффективных методов обработки и анализа экспертной информации является актуальной.

Экспертная информация представима, как правило, в виде отношений, которые в, свою очередь, могут быть четкими или нечеткими. Нечеткие отношения применяются при анализе взаимосвязей объектов, когда связь может быть проинтерпретирована в терминах «связь присутствует» или «связь отсутствует». В этом случае при проведении качественного анализа систем происходит потеря информации о силе связи между объектами либо требуется проведение вычислений при разных порогах на силу связи. Использование теории нечетких отношений позволяет проводить качественный анализ систем с учетом различия в силе связей между объектами системы.

Экспертная информация о рассматриваемой предметной области является совокупностью качественных и количественных оценок и характеризуется неполнотой и нечеткостью. Если оценки эксперта носят качественный характер, то для описания связей применяются отношения линейного или частичного порядка, эквивалентности, толерантности, а иногда и произвольные отношения, не обладающие такими свойствами, как связность, транзитивность и т.д. Если экспертная информация содержит количественные оценки, используются метризованные отношения соответствующего типа [1]. Работа [2] посвящена исследованию свойств нечетких соответствий, отношений и графов, рассматриваются понятие нечеткой ситуации, рассматриваются способы определения степени нечеткой близости на основе степени нечеткого равенства, нечеткого включения и нечеткой общности ситуаций. В работе [3] рассматриваются методы обработки экспертной информации для определения степени близости объектов в зависимости от типа экспертной информации. Для количественной экспертной информации проведен анализ мер близости в зависимости от типа шкалы, в которой проводились измерения. Для качественной информации проводится анализ степеней нечеткой близости ситуаций.

1. Постановка задачи

Целью данной работы является исследование отношения нечеткого равенства на нечетких ситуациях с учетом изменения информации об объектах во времени.

Пусть x — объект, оцениваемый экспертами, описывается совокупностью признаков $f = \{fM, fM, \dots, fM\}$. Все признаки $x_i \in \Xi$ относятся к одному из трех типов: числовому, булевому или лингвистическому. Каждый лингвистический атрибут x_i ($i \in I = \{1, \dots, N\}$) описы-

© Ульяновська Ю.В., © Буланий О.П., 2010.

вается соответствующей лингвистической переменной $\langle \mathbf{X}_i, \mathbf{\Xi}_i, D_i \rangle$, где $\{\Xi_i = \mathbf{X}_i^i, \mathbf{X}_2^i, ..., \mathbf{X}_{m_i}^i\}$ терм множество лингвистической переменной \mathbf{X}_i (набор лингвистических значений признака), m_i — число значений признака, D_i — базовое множество признака \mathbf{X}_i . Для описания термов $\mathbf{X}_i^j (j \in L = \{1, 2, ..., m_i\})$, соответствующих значениям признака \mathbf{X}_i , используются нечеткие переменные $\langle \mathbf{X}_j^i, D_i, \widetilde{C}_j^i \rangle$, т.е. значение \mathbf{X}_j^i описывается нечетким множеством \widetilde{C}_j^i в базовом множестве D_i : $\widetilde{C}_i^i = \{\langle \mathbf{m}_{c_i}(d)/d \rangle\}$, $d \in D_i$.

2. Основной материал и результаты

В терминах теории нечетких множеств каждый объект $x \in X$ можно определить как нечеткую ситуацию [3]:

$$x = \{\langle \mathbf{m}_{x}(\mathbf{x}_{i})/\mathbf{x}_{i}\rangle\}, \quad \mathbf{x}_{i} \in \Xi$$
 (1)

где $\mathbf{m}_{_{X}}(\mathbf{x}_{_{i}})=\{\langle \mathbf{m}_{_{m_{_{x}}}(\mathbf{x}_{_{i}})}(\mathbf{x}_{_{i}}^{^{J}})/\mathbf{x}_{_{i}}^{^{J}}\rangle\}, \quad j\in L\,, \quad i\in I\,.$ Для признаков $\mathbf{x}_{_{i}}$ булевого типа $\mathbf{m}_{_{X}}(\mathbf{x}_{_{i}})\in\{0;\!1\}.$

Ситуации x_i и x_j нечетко равны, $(x_i \approx x_j)$, если $\mathbf{m}(x_i, x_j) \geq t_{inc}$, t_{inc} – некоторый порог нечеткого равенства ситуаций. $x_i \approx x_j$, если нечеткие значения соответствующих признаков в ситуациях x_i и x_j нечетко равны, т.е. $(\forall x_i \in \Xi)(\mathbf{m}_{x_i}(\mathbf{x}_i) \approx \mathbf{m}_{x_j}(\mathbf{x}_i))$. Степень нечеткого равенства задается выражением [3]:

$$\mathbf{m}(x,y) = \underset{\mathbf{x} \in \mathbb{R}}{\&} \mathbf{m}(\mathbf{m}_{\mathbf{x}}(\mathbf{x}_{i}), \mathbf{m}_{\mathbf{y}}(\mathbf{x}_{i})), \tag{2}$$

где

$$\mathbf{m}(\mathbf{m}_{x}(\mathbf{x}_{i}), \mathbf{m}_{y}(\mathbf{x}_{i})) = \underbrace{\mathbf{k}}_{\mathbf{x}_{j} \in \mathbf{x}_{i}} (\mathbf{m}_{\mathbf{m}_{x}(\mathbf{x}_{i})}(\mathbf{X}_{j}^{i}) \longleftrightarrow \mathbf{m}_{\mathbf{m}_{y}(\mathbf{x}_{i})}(\mathbf{X}_{j}^{i})) \cdot$$
(3)

Данное определение предполагает, что ξ_i не изменяются во времени. Однако большинство предметных областей является изменяющимися. Будем различать реальное изменение значения ξ_i -го признака во времени и потенциальное. Под реальным изменением будем понимать фактические изменения за определенный период времени. Под потенциальным — изменение, которое может произойти. Введем числовую характеристику t_i , отражающую фактор потенциального старения признака ξ_i во времени. При этом $t_i \in [0;1]$, i=1,2,... п. Если $t_i=0$, то ξ_i не изменяется во времени, при $t_i=1$ признак ξ_i считается заведомо изменяющимся, чем больше t_i , тем больше вероятность изменения во времени значения признака ξ_i . Принимая во внимание фактор старения информации в работе [3] определяется степень близости как:

$$\mu(\mathbf{x}, \mathbf{y}) = \underset{\mathbf{x} \in \Xi}{\mathbf{g}} \mathbf{m}(\min((1 - t_i), \mathbf{m}_{\mathbf{x}}(\mathbf{x}_i)), \mathbf{m}_{\mathbf{y}}(\mathbf{x}_i)),$$
(4)

$$\mathbf{m}(\min((1-t_i), \mathbf{m}_{x}(\mathbf{X}_i)), \mathbf{m}_{y}(\mathbf{X}_i)) = \underbrace{\mathbf{k}}_{x_i^i \in x_i} (\min((1-t_i), \mathbf{m}_{\mathbf{m}_{x}(\mathbf{X}_i)}(\mathbf{X}_j^i)) \leftrightarrow \mathbf{m}_{\mathbf{m}_{y}(\mathbf{X}_i)}(\mathbf{X}_j^i)),$$
(5)

где $x = \{\langle \mathbf{\textit{m}}_{x}(\mathbf{\textit{x}}_{i})/\mathbf{\textit{x}}_{i}\rangle\}$, $y = \{\langle \mathbf{\textit{m}}_{y}(\mathbf{\textit{x}}_{i})/\mathbf{\textit{x}}_{i}\rangle\}$ есть некоторые ситуации, $\mu(\mu_{x}(\xi_{i}),\mu_{y}(\xi_{i}))$ определяется по формуле (3).

Таким образом, если $\exists x_i : 0 < t_i$, то степень достоверности определения меры сходства принимается равной минимальной степени достоверности равенства изменяющихся признаков, которая в свою очередь определяется при помощи коэффициента t_i изменения признака x_i во времени.

Определяя таким образом степень равенства ситуаций x и y, ненулевое значение функции принадлежности $\mathbf{m}(x,y)$ получим в том случае, когда будут совпадать все значения атрибутов булевого типа.

Применение предложенного способа определения степени нечеткого равенства ситуаций обеспечивает более точное определение наиболее близких объектов при идентификации. Частным случаем применения предложенного способа является применение его для поиска объектов в базах данных.

Рассмотрим пример. Пусть в базе данных имеется объект x, который в соответствии с выражением (1) представляется в виде:

$$x=\{<<1/\xi_1^1>,<0,45/\xi_1^2>,<0/\xi_1^3>/\xi_1>,<<1/\xi_2^1>,<0,3/\xi_2^2>,<0/\xi_2^3>/\xi_3>,<<0/\xi_3^1>,<0,7/\xi_3^2>,<<1/\xi_3^3>,<0,7/\xi_3^4>,<0/\xi_3^4>,<0/\xi_3^4>,<0/\xi_4^2>,<0/\xi_4^3>/\xi_4>,<0/\xi_4^3>,<0/\xi_5^1>,<1/\xi_5^1>,<0,2/\xi_5^3>/\xi_5>,<0/\xi_6^2>\},$$
 где ξ_6 – булевый признак.

При этом будем предполагать, что признаки имеют следующие характеристики изменения во времени: $t_1 = 0.4$, $t_2 = 0.4$, $t_3 = 0.2$, $t_4 = 0.1$, $t_5 = 0.3$, $t_6 = 0.3$. Предположим, что с течением времени некоторые признаки изменили свое значение, и реальный объект не совпадает со своим описанием в базе данных.

Обозначим объект с изменившимися характеристиками через $y = \{<<0,6/\xi_1^1>,<1/\xi_1^2>,<0,4/\xi_1^3>/\xi_1>,<<0/\xi_2^1>,<1/\xi_2^2>,<0/\xi_2^3>/\xi_2>,<0/\xi_3^1>,<0,2/\xi_3^2>,<0,7/\xi_3^3>,<1/\xi_3^3>,<1/\xi_3^4>,<0/\xi_3^5>/\xi_3>,<0/1/\xi_4^4>,<0/\xi_3^4>/\xi_4>,<0/\xi_3^5>/\xi_5>,<0/\xi_5^3>/\xi_5>,<0/\xi_5^3>/\xi_5>,<0/\xi_5^3>/\xi_5>,<0/\xi_5^3>/\xi_5>,<0/\xi_5^3>/\xi_5>,<0/\xi_5^3>/\xi_5>,<0/\xi_5^3>/\xi_5>,<0/\xi_5^3>/\xi_5>,<0/\xi_5^3>/\xi_5>,<0/\xi_5^3>/\xi_5>,<0/\xi_5^3>/\xi_5>,<0/\xi_5^3>/\xi_5>,<0/\xi_5^3>/\xi_5>,<0/\xi_5^3>/\xi_5>,<0/\xi_5^3>/\xi_5>,<0/\xi_5^3>/\xi_5>,<0/\xi_5^3>/\xi_5>,<0/\xi_5^3>/\xi_5>,<0/\xi_5^3>/\xi_5>,<0/\xi_5^3>/\xi_5>,<0/\xi_5^3>/\xi_5>,<0/\xi_5^3>/\xi_5>,<0/\xi_5^3>/\xi_5>,<0/\xi_5^3>/\xi_5>,<0/\xi_5^3>/\xi_5>,<0/\xi_5^3>/\xi_5>,<0/\xi_5^3>/\xi_5>,<0/\xi_5^3>/\xi_5>,<0/\xi_5^3>/\xi_5>,<0/\xi_5^3>/\xi_5>,<0/\xi_5^3>/\xi_5>,<0/\xi_5^3>/\xi_5>,<0/\xi_5^3>/\xi_5>,<0/\xi_5^3>/\xi_5>,<0/\xi_5^3>/\xi_5>,<0/\xi_5^3>/\xi_5>,<0/\xi_5^3>/\xi_5>,<0/\xi_5^3>/\xi_5>,<0/\xi_5^3>/\xi_5>,<0/\xi_5^3>/\xi_5>,<0/\xi_5^3>/\xi_5>,<0/\xi_5^3>/\xi_5>,<0/\xi_5^3>/\xi_5>,<0/\xi_5^3>/\xi_5>,<0/\xi_5^3>/\xi_5>,<0/\xi_5^3>/\xi_5>,<0/\xi_5^3>/\xi_5>,<0/\xi_5^3>/\xi_5>,<0/\xi_5^3>/\xi_5>,<0/\xi_5^3>/\xi_5>,<0/\xi_5^3>/\xi_5>,<0/\xi_5^3>/\xi_5>,<0/\xi_5^3>/\xi_5>,<0/\xi_5^3>/\xi_5>,<0/\xi_5^3>/\xi_5>,<0/\xi_5^3>/\xi_5>,<0/\xi_5^3>/\xi_5>,<0/\xi_5^3>/\xi_5>,<0/\xi_5^3>/\xi_5>,<0/\xi_5^3>/\xi_5>,<0/\xi_5^3>/\xi_5>,<0/\xi_5^3>/\xi_5>,<0/\xi_5^3>/\xi_5>,<0/\xi_5^3>/\xi_5>,<0/\xi_5^3>/\xi_5>,<0/\xi_5^3>/\xi_5>,<0/\xi_5^3>/\xi_5>,<0/\xi_5^3>/\xi_5>,<0/\xi_5^3>/\xi_5>,<0/\xi_5^3>/\xi_5>,<0/\xi_5^3>/\xi_5>,<0/\xi_5^3>/\xi_5>,<0/\xi_5^3>/\xi_5>,<0/\xi_5^3>/\xi_5>,<0/\xi_5^3>/\xi_5>,<0/\xi_5^3>/\xi_5>,<0/\xi_5^3>/\xi_5>,<0/\xi_5^3>/\xi_5>,<0/\xi_5^3>/\xi_5>,<0/\xi_5^3>/\xi_5>,<0/\xi_5^3>/\xi_5>,<0/\xi_5>/\xi_5>,<0/\xi_5^3>/\xi_5>,<0/\xi_5^3>/\xi_5>,<0/\xi_5^3>/\xi_5>,<0/\xi_5^3>/\xi_5>,<0/\xi_5^3>/\xi_5>,<0/\xi_5^3>/\xi_5>,<0/\xi_5^3>/\xi_5>,<0/\xi_5^3>/\xi_5>,<0/\xi_5^3>/\xi_5>,<0/\xi_5^3>/\xi_5>,<0/\xi_5^3>/\xi_5>,<0/\xi_5^3>/\xi_5>,<0/\xi_5^3>/\xi_5>,<0/\xi_5^3>/\xi_5>,<0/\xi_5^3>/\xi_5>,<0/\xi_5^3>/\xi_5>,<0/\xi_5^3>/\xi_5>,<0/\xi_5^3>/\xi_5>,<0/\xi_5^3>/\xi_5>,<0/\xi_5^3>/\xi_5>,<0/\xi_5^3>/\xi_5$

Определим степень близости x и y сравним результаты поиска при применении формулы (2) и (4). Первоначально подсчитаем степень нечеткого равенства нечетких объектов x и y с использованием (2)-(3).

Имеем:

 $\begin{array}{lll} \mu(x,y) &=& \{<<1 \leftrightarrow 0,6 > / \xi_1^1, \ <0,45 \leftrightarrow 1 > / \xi_1^2, \ <0 \leftrightarrow 0,4 > / \xi_1^3 > / \xi_1; \ <<1 \leftrightarrow 0 > / \xi_2^1, \ <0,3 \leftrightarrow 1 > / \xi_2^2, \\ &<0 \leftrightarrow 0 > / \xi_2^3 > / \xi_2; \ <<0 \leftrightarrow 0 > / \xi_3^1, \ <0,7 \leftrightarrow 0,2 > / \xi_3^2, \ <1 \leftrightarrow 0,7 > / \xi_3^3, \ <0,7 \leftrightarrow 1 > / \xi_3^4, \ <0 \leftrightarrow 0 > / \xi_3^5 > / \xi_3; \\ &<<1 \leftrightarrow 1 > / \xi_4^1, \ <0 \leftrightarrow 0 > / \xi_4^2, \ <0 \leftrightarrow 0 > / \xi_4^3 > / \xi_4; \ <<0,2 \leftrightarrow 0,8 > / \xi_5^1, \ <1 \leftrightarrow 0,3 > / \xi_5^2, \ <0,2 \leftrightarrow 0 > / \xi_5^3 > / \xi_5; \\ &<1 \leftrightarrow 0 > / \xi_6^3\}. \ \text{ Umeem } \mu(\mu_x(\xi_1),\ \mu_y(\xi_1)) = 0,45,\ \mu(\mu_x(\xi_2),\ \mu_y(\xi_2)) = 0,\ \mu(\mu_x(\xi_3),\ \mu_y(\xi_3)) = 0,3,\ \mu(\mu_x(\xi_4),\ \mu_y(\xi_4)) = 1,\ \mu(\mu_x(\xi_5),\ \mu_y(\xi_5)) = 0,2,\ \mu(\mu_x(\xi_6),\ \mu_y(\xi_6)) = 0. \end{array}$

Следовательно, $\mu(x, y) = 0$.

Применяя (4)-(5), получим: $\mu(x,y) = \{<<0,6\leftrightarrow0,6>/\xi_1^1, <0,45\leftrightarrow1>/\xi_1^2, <0\leftrightarrow0,4>/\xi_1^3>/\xi_1; <<0,6\leftrightarrow0>/\xi_2^1, <0,3\leftrightarrow1>/\xi_2^2, <0\leftrightarrow0>/\xi_2^3>/\xi_2; <<0\leftrightarrow0>/\xi_2^3, <0,7\leftrightarrow0,2>/\xi_3^2, <0,8\leftrightarrow0,7>/\xi_3^3, <0,7\leftrightarrow1>/\xi_3^4, <0\leftrightarrow0>/\xi_3^5>/\xi_3; <<0,9\leftrightarrow1>/\xi_4^1, <0\leftrightarrow0>/\xi_2^3, <0,8\leftrightarrow0,7>/\xi_3^3, <0,7\leftrightarrow0,3>/\xi_2^2, <0,2\leftrightarrow0>/\xi_3^3>/\xi_5; <0,7\leftrightarrow0>/\xi_6^3\}.$

Тогда $\mu(\mu_x(\xi_1),\mu_y(\xi_1))=0.45,\ \mu(\mu_x(\xi_2),\ \mu_y(\xi_2))=0.3,\ \mu(\mu_x(\xi_3),\ \mu_y(\xi_3))=0.3,\ \mu(\mu_x(\xi_4),\ \mu_y(\xi_4))=0.9,\ \mu(\mu_x(\xi_5),\ \mu_y(\xi_5))=0.2,\ \mu(\mu_x(\xi_6),\ \mu_y(\xi_6))=0.3.$

Следовательно, $\mu(x, y) = 0.2$.

Таким образом, предложенный способ увеличивает возможность успешной идентификации за счет повышения вероятности включения подлежащего распознаванию объекта в сферу внимания.

Пусть $X = \{\widetilde{x}_1, \widetilde{x}_2, ..., \widetilde{x}_{_N}\}$ есть некоторое множество типовых ситуаций. Нечеткое отношение $\widetilde{\phi} = (S, \widetilde{F})$, где

$$\widetilde{F} = \left\{ \left\langle \mathbf{m}_{r} \left\langle \widetilde{\mathbf{x}}_{i}, \widetilde{\mathbf{x}}_{i} \right\rangle / \left\langle \widetilde{\mathbf{x}}_{i}, \widetilde{\mathbf{x}}_{i} \right\rangle \right\rangle \right\} \tag{6}$$

является отношением нечеткого равенства, если

$$\mathbf{m}_{r}\langle \widetilde{\mathbf{x}}_{i}, \widetilde{\mathbf{x}}_{i} \rangle = \mathbf{m}\langle \widetilde{\mathbf{x}}_{i}, \widetilde{\mathbf{x}}_{i} \rangle. \tag{7}$$

Пусть множество X не содержит плохо определенных относительно некоторого порога ситуаций. Степень достоверности описания ситуации \widetilde{x}_i считается низкой, а ситуация считается плохо определенной, если хотя бы один признак $\xi_k \in \Xi$ в ситуации плохо определен [2, с. 99]. В свою очередь, признак ξ_k плохо определен в ситуации \widetilde{x}_i , если $(\exists x_d^k \in \Xi_k)(m_{m_{x_i}(x_k)}(x_d^k)) \in (1-t_{inc},t_{inc})$, т.е. нечеткое значение признака ξ_k в ситуации \widetilde{x}_i содержит термы, со степенью принадлежности из интервала $(1-t_{ink},t_{ink})$. Будем считать, что если $\exists \widetilde{x}_i,\widetilde{x}_j \in X : ((\widetilde{x}_i \subseteq \widetilde{x}_j) \& (\widetilde{x}_i \subseteq \widetilde{x}_j))$, $(i,j \in \{1,...,N\}, i \neq j)$, то \widetilde{x}_i и \widetilde{x}_j нужно воспринимать как одну ситуацию.

Как и для четких отношений, тип нечеткого отношения определяется совокупностью его свойств. К основным свойствам отношений относятся свойства рефлексивности, антирефлексивности, симметричности, несимметричности, антисимметричности, транзитивности, связности. Основными типами отношений являются отношения порядка, толерантности, эквивалентности, доминирования.

Рассмотрим характерные для нечетких отношений свойства, совокупность которых позволяет определить тип нечеткого отношения. Основное различие нечетких отношений состоит в том, что для них вводится понятие степени, отражающее их нечеткость.

Пусть дано произвольное нечеткое отношение $\tilde{\phi} = (X, \tilde{F})$. В работе [2] вводятся следующие определения степени отношений.

Степенью рефлексивности $\alpha(\tilde{\phi})_{ref}$ называется величина, определяемая выражением

$$\alpha(\tilde{\varphi})_{ref} = \underset{x \in X}{\&} \mu_F \langle x, x \rangle. \tag{8}$$

Отношение $\tilde{J} = (X, \tilde{F})$ называется нечетко рефлексивным, если $\alpha(\tilde{\phi})_{ref} \geq 0.5$, нечетко нерефлексивным, если $a(\tilde{f})_{ref} \leq 0.5$. Если $a(\tilde{f})_{ref} = 0.5$, то отношение $\tilde{\phi}$ называется рефлексивно индифферентным.

Степенью антирефлексивности называется величина

$$b(f)_{ref} = \&(\neg m_F \langle x, x \rangle) = \neg(\bigvee_{x} m_F \langle x, x \rangle). \tag{9}$$

Отношение $\widetilde{\mathbf{\phi}}$ называется нечетко антирефлексивным, если $\beta(\widetilde{\mathbf{\phi}})_{ref} \geq 0.5$ и нечетко неантирефлексивным, если $b(\widetilde{\mathbf{f}})_{ref} \leq 0.5$. При $b(\widetilde{\mathbf{f}})_{ref} = 0.5$ антирефлексивно индифферентно.

Степенью симметричности $\alpha(\tilde{\phi})_{svm}$ называется величина

$$a(\tilde{J})_{sym} = \underset{x \neq y}{\underset{x \neq y}{\&}} \left(\mathbf{m}_{F} \left\langle x, y \right\rangle \to \mathbf{m}_{F} \left\langle y, x \right\rangle \right) \tag{10}$$

Отношение $\widetilde{\phi}$ называется нечетко симметричным, если $\alpha(\widetilde{\phi})_{sym} \geq 0,5$ и нечетко несимметричным, если $\alpha(\widetilde{\phi})_{sym} \leq 0,5$. При $\alpha(\widetilde{\phi})_{sym} = 0,5$ симметрично индифферентным.

Степенью антиссимеричности $\beta(\widetilde{\phi})_{svm}$ называется величина

$$\beta(\widetilde{\varphi})_{sym} = \underset{\substack{x, y \in X \\ x \neq y}}{\&} \neg (\mu_F \langle x, y \rangle \& \mu_F \langle y, x \rangle). \tag{11}$$

Отношение $\widetilde{\phi}$ называется нечетко антисимметричным, если $\beta(\widetilde{\phi})_{sym} \geq 0.5$ и нечетко неассиметричным, если $\beta(\widetilde{\phi})_{sym} \leq 0.5$. В случае, если $\beta(\widetilde{\phi})_{sym} = 0.5$, отношение $\widetilde{\phi}$ называется антисимметрично индифферентным.

Степенью транзитивности $\alpha(\tilde{\phi})_{tr}$ отношения $\tilde{\phi}$ называется величина

$$\alpha(\widetilde{\boldsymbol{\phi}})_{tr} = \underset{\substack{x,y,z \in X \\ x \neq y \neq z}}{\mathscr{E}} \left(\left(\bigvee_{y} \left(\mu_{F} \left\langle x, y \right\rangle \& \mu_{F} \left\langle y, z \right\rangle \right) \rightarrow \mu_{F} \left\langle x, z \right\rangle \right) \right)$$
(12)

Отношение $\widetilde{\mathbf{\phi}}$ называется нечетко транзитивным, если $\alpha(\widetilde{\mathbf{\phi}})_{tr} \geq 0.5$, нечетко нетранзитивным, если $\alpha(\widetilde{\mathbf{\phi}})_{tr} \leq 0.5$, транзитивно индифферентным, если $\alpha(\widetilde{\mathbf{\phi}})_{tr} = 0.5$.

Покажем, что отношение нечеткого равенства $\widetilde{\varphi} = \left(X, \widetilde{F} \right)$ является отношением нечеткой эквивалентности. При этом $\widetilde{F} = \left\langle \left\langle \mu_F \left\langle \widetilde{x}_i, \widetilde{x}_j \right\rangle / \left\langle \widetilde{x}_i, \widetilde{x}_j \right\rangle \right\rangle \right\rangle$ является отношением нечеткого равенства, если $\mu_F \left\langle \widetilde{x}_i, \widetilde{x}_j \right\rangle = \mu \left\langle \widetilde{x}_i, \widetilde{x}_j \right\rangle$, $\mu \left\langle \widetilde{x}_i, \widetilde{x}_j \right\rangle$ определяется выражениями (4-5).

Четкое отношение называется отношением эквивалентности, если оно рефлексивно симметрично и транзитивно. Для доказательства нечеткой эквивалентности необходимо доказать, что $\alpha(\tilde{\phi})_{ref}$ & $\alpha(\tilde{\phi})_{sym}$ & $\alpha(\tilde{\phi})_{tr} \geq 0.5$ или, с учетом вида отношения $\tilde{\phi}$

$$\alpha(\widetilde{\varphi})_{ref} \& \alpha(\widetilde{\varphi})_{sym} \& \alpha(\widetilde{\varphi})_{tr} \ge t$$
 (13)

Покажем, что $\alpha(\widetilde{\varphi})_{ref} \geq t_{inc}$. С учетом выражений (8) и вида отношения $\widetilde{\varphi}$ можем $_{3a-$ писать, что $\alpha(\widetilde{\varphi})_{ref} = \underset{\widetilde{x} \in X}{\&} \mu(x,x)$. Необходимо показать, что $\forall \widetilde{x} \in X$ справедливо $\mu(\widetilde{x},\widetilde{x}) \geq t_{inc}$. Принимая во внимание (4) и (5), данное неравенство эквивалентно условию $\underset{\xi_i \in \Xi}{\&} \mu(min\{(1-t_i),\mu_x(\xi_i)\},\mu_x(\xi_i)) \geq t_{inc}$.

С учетом (1), (4) и (5) требуется показать, что ($\forall \, \xi_{j}^{i} \in \xi_{i}$):

$$(\neg \min(\mathbf{(l-t_i)}, \boldsymbol{\mu_{\mu_X(\xi_i)}}(\boldsymbol{\xi_i^i})) \vee \boldsymbol{\mu_{\mu_X(\xi_i)}}(\boldsymbol{\xi_i^i})) \wedge (\min(\mathbf{(l-t_i)}, \boldsymbol{\mu_{\mu_X(\xi_i)}}(\boldsymbol{\xi_i^i})) \vee \neg \boldsymbol{\mu_{\mu_X(\xi_i)}}(\boldsymbol{\xi_i^i})) \geq t_{inc}$$

Рассмотрим, при каких t_i неравенство (13) верно. Поскольку по предположению множество X не содержит плохо определенных относительно некоторого порога ситуаций, то в ситуации \widetilde{x}_i все термы нечетких значений признака ξ_k имеют степень принадлежности, не принадлежащую интервалу (1- t_{ink} , t_{ink}). Т.е. $\forall \xi_j^i \in \xi^i : \mu_{\mu_x(\xi_i)}(\xi_j^i) \ge t_{inc}$.

$$\begin{split} & \Pi y \text{сть} \quad t_i \; \geq \; t_{inc}, \quad \text{тогда} \quad 1\text{-}t_i \; \leq \; t_{inc}, \quad \min(l-t_{_i}, \mu_{_{\mu_X}(\xi_i)}(\xi_j^i) \leq t_{_{inc}} \quad \text{и,} \quad \text{в} \quad \text{свою} \quad \text{очередь}, \\ & 1-\min(l-t_{_i}, \mu_{_{u_X}(\xi_i)}(\xi_j^i) \geq t_{_{inc}}. \end{split}$$

Тогда
$$(\neg min((-t_i), \mu_{\mu_X(\xi_i)}(\xi_j^i)) \lor \mu_{\mu_X(\xi_i)}(\xi_j^i)) \ge t_{inc}, \ (min((-t_i), \mu_{\mu_X(\xi_i)}(\xi_j^i)) \lor \neg \mu_{\mu_X(\xi_i)}(\xi_j^i)) \le t_{inc}.$$

Неравенство (13) не выполняется.

Аналогично доказывается, что при $t_i \geq t_{inc}$ неравенство (13) выполняется. Т.о. $\alpha(\widetilde{\delta})_{ref} \geq t_{inc}$ при $t_i \geq t_{inc}$.

Проверим выполнение неравенства $\alpha(\tilde{\varphi})_{sym} \ge t$. Учитывая (10), имеем:

$$\alpha(\widetilde{\varphi})_{sym} = \underset{\substack{x,y \in X \\ x \neq y}}{\&} \left(\neg \mu_F \langle x, y \rangle \lor \mu_F \langle y, x \rangle \right) = \underset{\substack{x,y \in X \\ x \neq y}}{\&} \left(\neg \mu(x, y) \lor \mu(y, x) \right).$$

Необходимо, чтобы $\neg \mu(x,y) \lor \mu(y,x) \ge t$. Последнее неравенство выполняется для любых t_i .

Аналогично доказывается, что $\alpha(\widetilde{\delta})_{tr} \geq t_{inc}$.

Выводы

Отношение (3), где μ определяется выражением (5), является отношением эквивалентности при ограничениях на t_i , что дает возможность разбить множество X типовых ситуаций на классы нечеткой эквивалентности. При этом в один класс будут входить нечетко равные между собой ситуации, которые, с учетом порога t, можно считать одной ситуацией. Это может использоваться при идентификации входной хорошо определенной ситуации $\tilde{\chi}_0$ посредством сравнения ее с ситуациями из X на нечеткое равенство.

Поскольку между основными типами шкал и отношениями существует непосредственная связь перспективным является построение шкал с учетом типов отношений в рассматриваемой предметной области.

ЛИТЕРАТУРА:

- 1. Литвак, Б. Г. Экспертная информация. Методы получения и анализа [Текст] / Б. Г. Литвак. М. : Радио и связь, 1982. 184 с.
- 2. Мелихов, А. Н. Ситуационные советующие системы с нечеткой логикой [Текст] / А. Н. Мелихов, Л. С. Берштейн, С. Л. Коровин. М. : Наука, 1990. 272 с.
- 3. Мороз, Б. И. Анализ мер близости объектов для различных типов экспертной информации [Текст] / Б. И. Мороз, Ю. В. Ульяновская // Автоматизированные системы управления и приборы автоматики. Всеукраинский межведомственный научно-технический сборник. Х., 2008. Вып. 144. С. 194-198.

Отримано редакцією 29.09.2010 р.

Ульяновская Юлия Викторовна, к.т.н, доцент Академии таможенной службы Украины. E-mail: uvv@rambler.ru.

Буланый Александр Павлович, к.ф.-м.н, доцент Академии таможенной службы Украины.